

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID
DEPARTAMENTO DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORÍA DE ESTRUCTURAS.
MÁSTER UNIVERSITARIO EN MECÁNICA INDUSTRIAL



TRABAJO FINAL DE MÁSTER

Análisis numérico tridimensional de
propagación de fisuras en polímero frágil.

27/06/2014

Autor: ALEJANDRO JAVIER PÉREZ SALIDO

Tutor: JOSÉ ANTONIO LOYA LORENZO



Agradecimientos

A mis seres queridos, por el cariño y el apoyo que me brindáis; antes ahora y siempre.

RESUMEN

En el presente trabajo se ha estudiado numéricamente el comportamiento de polímeros frágiles a fractura. Se ha realizado empleando la herramienta de cálculo por elementos finitos ABAQUS. Se busca estudiar el comportamiento a fractura en modelos de dos y tres dimensiones, en ambos casos bajo los modelos de Celda de Broberg [1]. El material de estudio es el polímero frágil HOMALITE-100.

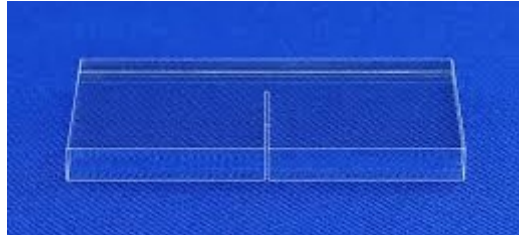


Ilustración 1 Ejemplo de probeta de Homalite

Partiendo del trabajo de J. A Loya y K. Ravi-Chandar [2] se busca continuar en el estudio del comportamiento a fractura de polímeros frágiles. Se busca obtener, por medio de métodos numéricos, la respuesta del HOMALITE-100 a efectos de propagación de fractura según el modo I. Todo el trabajo está basado en [1] y se aplican en un polímero de comportamiento frágil, lo que excluye de este trabajo comportamiento plástico.

Se parte de modelos *Shell* de dos dimensiones y malla de elementos de 4 nodos y se pasa a modelos de sólidos en tres dimensiones y elementos de 8 nodos. Los modelos de simulación están apoyados por una subrutina de usuario que define el comportamiento según los modelos de celda; cuando un elemento se deforma por la acción del campo de tensiones, las imperfecciones internas que posee se expanden y se puede suponer que provocan una disminución de la densidad del elemento, esto modifica el comportamiento a tensión original a través de la variación de sus propiedades mecánicas.

ÍNDICE

Agradecimientos	1
1. INTRODUCCIÓN.....	7
1.1. MOTIVACIÓN	7
EL CONTROL DE LA PROPAGACIÓN DE FISURAS.....	7
EL ESTUDIO DE LA MECÁNICA DE LA FRACTURA	8
LA ELECCIÓN DEL HOMALITE COMO MATERIAL DE ESTUDIO.....	8
1.2. OBJETIVOS	9
1.3. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO.....	10
2. ESTADO DEL ARTE	11
2.1. LA MECÁNICA DE LA FRACTURA	11
LA FRACTURA FRÁGIL (<i>GRIFFITH, 1921</i>)	11
LA MECÁNICA DE FRACTURA ELÁSTO PLÁSTICA (<i>IRWIN, 1964</i>).....	11
LA INTEGRAL J.....	13
2.2. EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS	15
INTRODUCCIÓN AL FEM	15
APLICACIÓN DEL FEM	16
2.3. EL MODELO DE CELDA DE MATERIAL (<i>BROBERG, 1982</i>).....	19
3. MODELO NUMÉRICO	20
3.1. INTRODUCCIÓN A ABAQUS.....	20
3.2. MODELOS NUMÉRICOS REALIZADOS.....	21
GEOMETRÍA.....	21
CARGA APLICADA.....	22
MATERIAL DE LA PROBETA.....	22
CALIBRACIÓN	24
MALLADO DE LA PROBETA.....	25
CONDICIONES DE CONTORNO.....	25
DISEÑO DEL EXTREMO DE LA ENTALLA	26
3.3. CODIFICACIÓN DE LOS MODELOS DE SIMULACIÓN	27
4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS.....	29
4.1. DATOS EXPERIMENTALES DE REFERENCIA	29
4.2. EXPOSICIÓN Y COMPARATIVA DE LOS RESULTADOS.....	30
MODELOS BIDIMENSIONALES DE ENTALLA PLANA. SERIE 'A'	30
MODELOS BIDIMENSIONALES DE FONDO DE ENTALLA CIRCULAR. SERIE 'B'	41



MODELOS BIDIMENSIONALES DE ENTALLA CUADRADA. SERIE 'C'	46
MODELOS TRIDIMENSIONALES DE ENTALLA PLANA. SERIE 'D'	47
MODELOS TRIDIMENSIONALES. EN FUNCIÓN DEL ESPESOR. SERIE 'E'	58
5. CONCLUSIONES Y FUTUROS TRABAJOS.....	65
5.1. CONCLUSIONES.....	65
5.2. TRABAJOS FUTUROS	66
6. REFERENCIAS	67
ANEXO.....	68
MODELIZACIÓN EN 2 DIMENSIONES	68
MODELIZACIÓN EN 3 DIMENSIONES	71

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 Ejemplo de probeta de Homalite.....	2
Ilustración 2 Rotura del petrolero Schenectady	7
Ilustración 3 Curva de R.....	13
Ilustración 4 Representación de la integral J	13
Ilustración 5 Geometría de la Probeta.....	21
Ilustración 6 Simplificación general de la geometría.....	21
Ilustración 7 Detalle de la simplificación particular de la geometría 3D	21
Ilustración 8 Curva de carga.....	22
Ilustración 9 Modos de fractura [15]	22
Ilustración 10 Croquis de modelo de daño	23
Ilustración 11 Respuesta de un caso de tracción según configuraciones del modelo de daño.....	24
Ilustración 12 Esquema y detalle de malla	25
Ilustración 13 Diseños 'B' y 'C' del extremo de la entalla.....	26
Ilustración 14 Codificación de los modelos	27
Ilustración 15 Codificación de las mallas	27
Ilustración 16 Codificación de las subrutinas.....	28
Ilustración 17 Histograma de densidad para los modelos de calibración según tamaño de malla.....	30
Ilustración 18 Diferencia de comportamiento en función de ρ_2	30
Ilustración 19 Comparativa de instantes de iniciación de fractura.....	31
Ilustración 20 Fractura según densidad de elementos, resaltados aquellos con $\rho < \rho_2$	31
Ilustración 21 Muestra de elementos separados una distancia tres veces su arista.....	32
Ilustración 22 Elementos por debajo de ρ_2 una vez aislados.....	32
Ilustración 23 Histogramas de la muestra.....	32
Ilustración 24 Ley de tensión-tiempo según la densidad en el modelo de daño	33
Ilustración 25 Gráficas de velocidades para los casos de entalla plana.....	33
Ilustración 26 Diferencia en la iniciación de la fractura en el instante que comienza el caso 'A3'	34
Ilustración 27 Ramificación de la fisura.	35
Ilustración 28 Curvas de velocidad para caso de carga de 5.5 MPa.....	35
Ilustración 29 Detalles de la progresión de la fisura.....	36
Ilustración 30 Detalle de tensión nula en las fracturas	37
Ilustración 31 Detalle de fractura en la frontera.....	38
Ilustración 32 Curvas de velocidad para caso de carga de 10.4 MPa.....	38
Ilustración 33 Resultados del caso 15.4 MPa.....	39
Ilustración 34 Curvas de velocidad para caso de carga de 15.4 MPa.....	39
Ilustración 35 Velocidades de propagación en función de ρ_2	40
Ilustración 36 Comparativa de fisura para los distintos radios de entalla	42
Ilustración 37 Curvas comparativas del caso 1.1 MPa según el radio de la entalla.....	42
Ilustración 38 Comparativas del caso de 5.5 MPa según el radio de la entalla	43



Ilustración 39	Curvas de velocidad para las simulaciones de la clase 'B' para 5.5 MPa	44
Ilustración 40	Comparativas de curvas de la serie 'B' para el caso 10.4 MPa.....	44
Ilustración 41	Fisura para el caso 1.1 MPa y extremo de entalla cuadrado	46
Ilustración 42	Ejemplo de densidad y tensión para modelos de la serie 'D'	47
Ilustración 43	Comparativa de curva de velocidad para la serie 'D1' y 1.1 MPa de carga	48
Ilustración 44	Detalle de las regiones fisuradas en los modelos 'D1' para el caso 1-1	49
Ilustración 45	Detalle de tensión en la región de la fisura para modelos 'D1' y serie 1.1 MPa	49
Ilustración 46	Fisura del caso D1_1227_1220_5-5_r2-1.....	49
Ilustración 47	Comparativa de fisuras de la serie 'D1' para el caso 5.5 MPa.....	50
Ilustración 48	Curvas de velocidad de la serie 'D1' para el caso 5.5 MPa	51
Ilustración 49	Comparativa de fisuras para la serie 'D1' y el caso 10.4 MPa.....	51
Ilustración 50	Detalle de la propagación de fisura para el modelo 'D1_1227_1210_10-4_r2-1	52
Ilustración 51	Detalle del fenómeno de bifurcación de la fisura	52
Ilustración 52	Comparativa de curvas de velocidad de la serie 'D1' para el caso 10.4 MPa	53
Ilustración 53	Comparativa de fisuras la serie 'D1' para el caso 15.5 MPa y 100 microsegundos .	53
Ilustración 54	Bifurcación en la fisura del caso 'D1_1227_1210_15-4_R2-1'	54
Ilustración 55	Bifurcación en la fisura del caso 'D1_1227_1210_15-4_r2-1' por isosuperficies.....	54
Ilustración 56	Comparativa de curvas para el caso 15.4 MPa	55
Ilustración 57	Bifurcación aparecida en el modelo 'D2_1227_1220_1-1_r2-1'	56
Ilustración 58	Comparativa de mapas de tensión para modelos de la serie 'D1' y 'D2'	57
Ilustración 59	Comparativa de velocidades entre series 'D1' y 'D2'	57
Ilustración 60	Comparativa de longitud de fractura para el caso 'D1' y el caso 'E2-38s'	58
Ilustración 61	Comparativa de velocidades entre modelos 'D1' y 'E2-38s'	59
Ilustración 62	Nuevo ajuste de p_1 para el caso 'E2-38s'	59
Ilustración 63	Instante de iniciación de daño para 'E2-38s_1225' frente a modelos anteriores	60
Ilustración 64	Comparativa de velocidades entre el caso 'D1' y el caso 'E2-38s_1225_1200'	60
Ilustración 65	Inicio y final del frente de fisura entre 'D1' y 'E2-38s_1226'	61
Ilustración 66	Fisuras en instante final según espesores.....	62
Ilustración 67	Curvas de velocidad según espesor para la cara libre	62
Ilustración 68	Curvas de velocidad filtradas.....	63
Ilustración 70	Progresión de la fisura para los distintos espesores.....	64

1. INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN

EL CONTROL DE LA PROPAGACIÓN DE FISURAS

Uno de los retos de la ingeniería es predecir con seguridad el comportamiento de sistemas físicos, para evitar su colapso o su fallo antes de lo esperado. Esto es un objetivo que se viene cumpliendo cuando se trata de sistemas estructurales sometidos a solicitaciones estáticas o cuasi estáticas. Desgraciadamente no siempre se puede acotar el tipo de solicitaciones que pueden aplicarse a un sistema en un entorno real, así un sistema que soporta grandes cargas estáticas de diseño puede colapsar en ausencia de éstas.

Antiguamente, el diseño de piezas y componentes se solía realizar con grandes coeficientes de seguridad que ‘absorbían’ los fallos puntuales con éxito, como demuestran las construcciones romanas y medievales, con grandes bloques de piedra que aún hoy siguen en pie.

Con la entrada en la revolución industrial y especialmente con el desarrollo de los transportes, se empieza a necesitar reducir esos sobredimensionados coeficientes de seguridad. Denostado en un principio, el trabajo del ingeniero Alan Arnold Griffith sobre fractura en vidrio [3] puede señalarse como el comienzo de la Dinámica de Fractura.

La relevancia actual de la Mecánica de Fractura se puede achacar a la necesidad de reducir los accidentes en la industria naval de los años 40 y 50 del siglo XX, concretamente debido a la historia de los navíos *Liberty*. Estos navíos fueron desarrollados con un novedoso método de casco soldado, que permitía su fabricación más rápidamente que a través del sistema de roblonado. Pues bien, se descubrió que gran parte de los buques fabricados por éste método, y particularmente durante los meses de invierno, presentaban fisuras graves. Desde entonces se enfatizó el estudio de fisuras en estructuras de acero soldadas llegando a los años 90, según la Lloyds Register [4], a una tasa de incidencias del 1 por 10.000 casos.

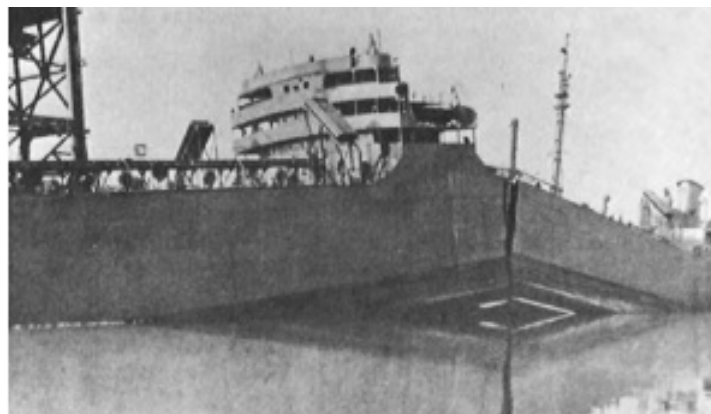


Ilustración 2 Rotura del petrolero Schenectady

Por la gravedad de los fallos por fractura y el éxito en la reducción de incidentes a través de su estudio, se hace imprescindible ahondar en la cuestión de la Mecánica de la Fractura sobretodo en el ámbito ingenieril, en cualquier ámbito en los que es frecuente encontrar estructuras con desperfectos que pueden dar lugar a fisuras relevantes, sometidas a cargas de fatiga, solicitaciones dinámicas u otros casos de carga que puedan provocar la aparición de fisuras.

EL ESTUDIO DE LA MECÁNICA DE LA FRACTURA

La Mecánica de la Fractura se encarga de estudiar el cumplimiento de las condiciones de servicio durante la existencia de fisuras y pequeñas imperfecciones. Se encarga de estudiar las condiciones de predicción de fractura, explicar los mecanismos de generación y propagación de fisuras, que permiten predecir las condiciones de propagación inestable a fin de asegurar la integridad estructural de un elemento o estructura.

Como apoyo de la Mecánica de la Fractura, los Métodos Numéricos han mostrado una capacidad y potencia notable en el desarrollo de nuevos modelos para el estudio de fisuras. Sin desplazar a la observación experimental, los Métodos Numéricos (entre ellos el método de los Elementos Finitos) permiten un nivel de observación del proceso de fractura que la experimentación no podría abordar sin un elevado coste. Actualmente se pueden simular numerosos tipos de fractura gracias a los modelos de daño y materiales ya implementados en los códigos.

Por el contrario, la simulación de fenómenos de fractura mediante métodos numéricos no es un proceso sencillo. La propia naturaleza de la fractura supone registrar el fallo de material mediante una hipótesis que no reunirá toda la complejidad del fenómeno. Por otro lado se añade el peso computacional: los primeros estadios de la fractura ocurren a un nivel microscópico, si se intentara modelizar esos defectos o simular su generación y/o ampliación, el orden de magnitud de la malla haría los modelos inabordables. Además puede conllevar la erosión de material (eliminación de elementos), lo cual necesita cálculos extra lo que aumenta el tiempo de computación.

En este trabajo se pretende poner a prueba el método y probarlo además en un nuevo entorno como son los modelos tridimensionales. Confirmar las características que presenta, a saber: facilidad de implementación, agilidad de cálculo y aceptable precisión en los resultados. Y además estudiar si dichas características se repiten en casos tridimensionales.

LA ELECCIÓN DEL HOMALITE COMO MATERIAL DE ESTUDIO

El Homalite-100 es un polímero frágil, traslúcido, con gran estabilidad térmica y corrosiva. Industrialmente es empleado en pantallas de dispositivos de medición; académicamente, es muy utilizado en probetas con comportamiento frágil.

Para establecer la utilidad de un método de simulación de fenómenos de dinámica de fractura se hace necesario comenzar por probarlo en fenómenos de fractura frágil, más sencillos de implementar y simular que los fenómenos de fractura dúctil. Este en concreto se apoya en experimentos con Homalite-100 realizados por Ravi-Chandar [5], [6] para validar sus resultados, dentro de un entorno de fractura frágil sin considerar plastificación del material.

1.2. OBJETIVOS

El objetivo fundamental de este Trabajo Final de Máster es validar la aplicación de los modelos de celda para simular numéricamente la propagación de fisuras en materiales frágiles.

Para alcanzar este objetivo, se propone desarrollar un modelo de fallo basado en la variación de densidad volumétrica que sufre una celda unitaria al deformarse. Dicha implementación se realizará en un código comercial de elementos finitos a través de una subrutina de usuario.

Este modelo de daño, desarrollado por otros autores para problemas bidimensionales, se ha extendido también al caso tridimensional, permitirá analizar la evolución de la fisura en probetas de distinto espesor.

Además, se analizará la posible influencia de la geometría del fondo de fisura en la propagación de la misma mediante la modelización de distintas geometrías de entalla.

1.3. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO

El esquema básico del presente trabajo se puede englobar en 5 bloques diferenciados:

- Tema 1. Introducción. En este tema se ha destacado brevemente la motivación de la temática elegida así como la enumeración de los objetivos perseguidos en el Trabajo.
- Tema 2. Estado del arte. Este trabajo como su inmediato precedente son un paso más en el estudio por métodos numéricos del fenómeno de fractura y, en concreto, de la fractura en polímeros frágiles. Este trabajo, a partir de las ideas del estudio mencionado, aumenta el campo de estudio a modelos tridimensionales.
- Tema 3. Modelo numérico. Exposición de los modelos de cálculo. Empleando herramientas de cálculo computacional de estructuras, se busca reproducir el experimento mencionado en el apartado anterior. Se reproducirá en dos y tres dimensiones, para observar las diferencias de comportamiento según uno u otro diseño. Serán expuestos los principales aspectos de los modelos que permitirán reproducir la naturaleza del caso.
- Tema 4. Resultados. Exposición de resultados, comparativa y validación. En este apartado se plantearán los resultados experimentales que se usarán para correlar los modelos numéricos, los resultados numéricos obtenidos por los modelos expuestos y el resultado de su comparativa: la adecuación o no de la metodología empleada en este trabajo.
- Tema 5. Las conclusiones del trabajo y futuros trabajos. A partir de los resultados obtenidos y la comparativa con los resultados reales se hace una valoración del trabajo, su validez, la calidad de la respuesta de la metodología empleada y el alcance del trabajo: trabajos futuros, prolongación, ampliación o estudio en detalle del horizonte aquí mostrado.

Estas son, en pocas líneas, las áreas en las que está definido el trabajo y que serán ampliadas más adelante.

2. ESTADO DEL ARTE

2.1. LA MECÁNICA DE LA FRACTURA

LA FRACTURA FRÁGIL (GRIFFITH, 1921)

Como se ha comentado previamente, el estudio de la Dinámica de la Fractura da comienzo a principios del siglo XX, en concreto durante la Primera Guerra Mundial, a través del ingeniero inglés Alan Arnold Griffith.

Griffith se centró en el estudio del fallo de materiales frágiles, concretamente el vidrio, como consecuencia de una aparente contradicción:

“Por un lado, son necesarios aproximadamente 100 MPa para romper una probeta de vidrio.

Por otro lado, la teoría química establece que la tensión necesaria para separar dos moléculas de vidrio es aproximadamente cien veces más, 10⁵MPa.”

Además, comprobó que, para filamentos de vidrio, la tensión de rotura aumentaba cuanto menor era el diámetro del filamento. Esto le llevó a pensar que la resistencia a rotura estaba muy ligada a las propiedades del material.

Para poder explicar esta serie de comportamientos planteó la hipótesis de que pequeñas oquedades e imperfecciones serían las causantes del descenso de la resistencia a la fractura, tanto o más como las dimensiones del caso.

Para poder conducir sus experimentos a un entorno controlado, focalizó todo el esfuerzo en fracturar las probetas empleando una fisura artificial mucho mayor que las existentes ya en el material. Estos ensayos le llevaron a asegurar que:

$$\sigma_f \sqrt{a} \approx C \quad (1)$$

El producto de la tensión en la grieta (σ_f) por la raíz de la semilongitud de la grieta (a) daba lugar a un resultado que se podía considerar constante. Debía definir qué suponía esa constante ya que la Elasticidad lineal propugnaba que la tensión en el extremo de una grieta tendía al infinito. Por este motivo se le ocurrió pensar que debía suceder un mecanismo de trasvase energético en ese punto; a través de la Termodinámica planteó esa C como una variación de la energía superficial debido a la generación de superficies nuevas en la fisura.

Entre otras cosas este planteamiento permitía postular que la tensión existente se relajaba mediante la generación de fisura. El intercambio entre energía superficial y energía elástica, el concepto de energía libre, depende de la longitud de la fisura.

LA MECÁNICA DE FRACTURA ELÁSTO PLÁSTICA (IRWIN, 1964)

Los estudios de Griffith se aproximan con bastante precisión a los resultados obtenidos en sus ensayos con vidrio, también en ensayos con materiales cerámicos y, en general, con aquellos materiales que presentan un comportamiento elástico cuasi perfecto, sin apenas deformación plástica antes de rotura.

Sin embargo, los materiales estructurales más empleados no se ajustan a esta descripción, ya que siempre presentan deformación plástica en la región del frente de fisura antes de la propagación. Este fenómeno también relaja la tensión existente aunque no está contemplado en los postulados de Griffith.

Aproximadamente 30 años después, en 1946, el doctor George Rankin Irwin junto con su equipo del *US Naval Research Laboratory* [7], fueron responsables del estudio de la propagación de fisura. A través de los estudios de Griffith [3], observó que el comportamiento plástico tiene un factor fundamental en el desarrollo de fractura, incluso para materiales considerados en un primer momento frágiles.

Al aplicar una carga creciente en un material dúctil con fisuras, en los extremos de dichas fisuras aparecen regiones de plastificación que crecen hasta que la grieta se propaga descargando la región plastificada de tensión. Esta variación de carga conlleva disipación de energía en la región en forma de plastificación y calor, lo que exige considerar un término disipativo que exprese este efecto. De tal forma, en un fenómeno de fractura se dan dos energías según la teoría de Irwin:

La energía elástica, motor del proceso de fractura, que se libera cuando la región que la contiene es atravesada por la grieta.

Las energías disipativas, tales como la disipación plástica y la energía superficial entre otras, que sirven de oposición a la fractura transformando parte de esa energía elástica en deformación plástica y calor.

Así pues, la ecuación de Griffith queda modificada de la siguiente manera:

$$\sigma_f \sqrt{a} = \sqrt{\frac{E G}{\pi}} \quad (2)$$

Siendo G la energía total disipada, $G = 2\gamma + G_p$, siendo γ la energía superficial y G_p la energía de disipación. Así bien, quedan englobados tanto los materiales frágiles, que presentan una mayor relevancia de la energía superficial, como los materiales dúctiles que están sometidos a un mayor dominio de las energías disipativas.

Así pues Irwin y sus colegas consiguieron desarrollar una teoría que englobaba las conclusiones de Griffith y además, permitía explicar la propagación de fisuras en materiales con plastificación cerca del entorno de la fisura.

Por otro lado, Irwin y su equipo plantearon otro aspecto importante en la Dinámica de la Fractura: el Factor de Concentración de Tensiones (FIT), que se representa con la letra K [$\text{Pa} \cdot (\text{m})^{1/2}$]. Mediante el FIT, es posible determinar el límite a rotura de un sólido, dependiendo de las condiciones de carga y la geometría del espécimen. Estableciendo σ_{ij} como tensión de Cauchy, r la distancia al extremo de la fisura y f_{ij} funciones relacionadas con la geometría de la grieta y su inclinación con respecto al plano de la grieta, θ :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (3)$$

Esto permitía establecer una relación de valores de FIT en función de geometrías habituales y de rápida determinación, evitando otros métodos menos inmediatos salvo geometrías y estados de cargas muy complejos. De esta manera, se establece un FIT crítico K_c para el cual se garantiza la propagación de la grieta y se evalúa mediante él el estado actual del sólido, K_I , en este caso para un modo de fractura I o abertura.

En 1960 Irwin desarrolla una aproximación de segundo orden para la zona plástica. Según este desarrollo, la generación de región plástica en el frente de fisura actúa como si la fisura fuese más larga de lo que es en realidad; esto provoca que los desplazamientos sean mayores frente a una rigidez menor.

A efectos prácticos consiste en considerar la fisura con una longitud efectiva de $a+r$, siendo a la longitud original de la fisura y r la contribución de plastificar la región del frente de fisura. Esto da lugar a una gráfica en forma de curva descendente [8] que estudia los procesos de crecimiento pausado pero inestable de grieta.

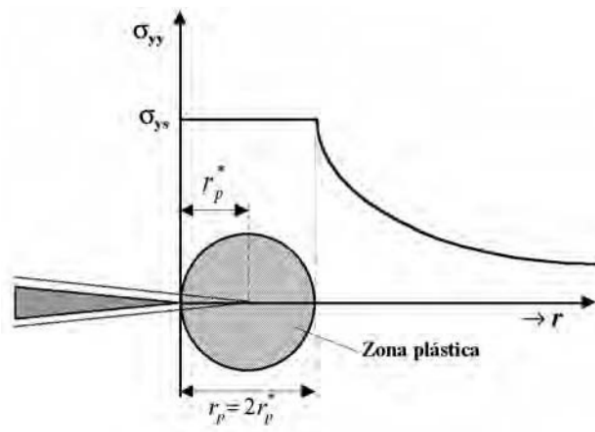


Ilustración 3 Curva de R

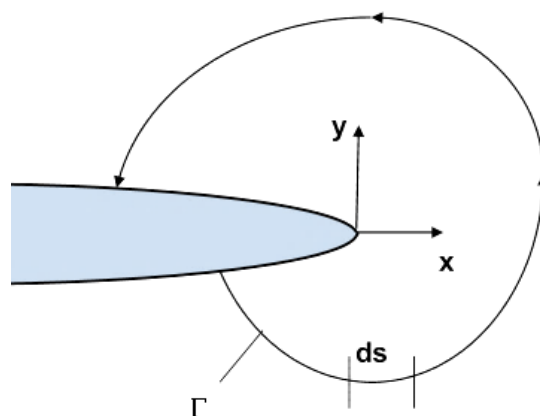
Este modelo permite estudiar casos con plastificación en los que el tamaño de la región plástica fuese limitado; en tal caso, el fenómeno se puede describir como un fenómeno cuasi elástico.

No obstante, se trata de un método muy dependiente de la geometría y de difícil aplicación por lo que se propusieron otras técnicas de cálculo que solventan estos inconvenientes, como la utilización de la integral J.

LA INTEGRAL J.

Durante la segunda mitad de la década de los 60, de manera independiente, Jim Rice [9] y Genady Cherepanov [10], encontraron la manera de calcular la Tasa de Liberación de Energía de Deformación por unidad de área de fisura. Ambos demostraron que el contorno de la integral era independiente de la trayectoria que siguiera la grieta, siempre y cuando se tratara de materiales con un comportamiento elástico lineal.

Para un caso bidimensional la integral J queda como sigue, siendo la densidad de energía de deformación W, la carga a través del vector tracción t y la propagación de la fisura según el vector de desplazamiento u.



$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - t \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) = \int_{\Gamma} \left(W n_1 - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} n_j \right)$$

Ilustración 4 Representación de la integral J

Empleando este concepto se consigue ampliar a casos donde las regiones plásticas son importantes englobando las experiencias anteriores de Griffith e Irwin. Así pues, en sólidos elásticos lineales, la integral J coincide con la Tasa de liberación de Energía G describiendo la tasa de liberación de energía de deformación en una grieta de un cuerpo sometido a una carga monótona, esto es, en un único modo de carga.



$$J = G = \frac{K_I^2}{E^*} + \frac{K_{II}^2}{E^*} + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2 \quad (4)$$

Donde K_I , K_{II} y K_{III} son los modos de fractura: abertura, cizallamiento y rasgado respectivamente, y E^* representa si se encuentra en una región de deformación plana o tensión plana:

Deformación plana (E)

Tensión plana $\left(\frac{1-\nu^2}{E}\right)$

Para el caso de materiales elásticos no lineales, es necesario trabajar, aparte de con la integral J , con la llamada *Solución HRR*, en honor de Hutchinson, Rice y Rosengren que la plantearon en 1968 [11]. Con este método se establecía que el caso de fractura elástica no lineal respondía a una solución asintótica, variable en función del campo de tensiones dominante (tensión plana en el interior de la probeta, deformación plana en el exterior) y singular. Pues bien, según este tipo de solución, la integral J representa la extensión de la singularidad y se podía establecer como criterio de fractura J_c .

2.2. EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

INTRODUCCIÓN AL FEM

El análisis por elementos finitos es una técnica que consiste en la aplicación del método de los elementos finitos (FEM en sus siglas en inglés) para la resolución de un problema físico determinado a través del planteamiento y resolución de ecuaciones algebraicas.

- El problema físico vendrá definido por diversas ecuaciones diferenciales que englobaran los diferentes aspectos del cálculo y por ecuaciones de contorno que delimiten el problema.
- Tomando esto debe ser posible formular el caso como una relación de variables independientes.
- El método busca dividir el caso en regiones pequeñas que faciliten el cálculo de las variaciones en dichas regiones. Las variaciones combinadas en estos dominios menores darán lugar a las variaciones globales del caso.
- El problema físico se definirá a partir de la reformulación de ecuaciones diferenciales en variables y las relaciones entre sí. Esto dará lugar a un sistema de N ecuaciones, siendo N un número entero y finito. La aproximación con la realidad será mayor cuanto mayor sea el número de estas ecuaciones.

De este modo se consigue la conversión al sistema de ecuaciones algebraicas resolubles por el software de computación y delimitado por las condiciones que el usuario precise dentro del teórico campo vectorial.

El empleo de los elementos finitos como método de resolución, tal y como se emplea en la realidad, se puede decir que comienza en la década de los años 40 del siglo pasado en el ámbito de la ingeniería estructural de la mano de McHenry en 1943. Desarrollaron un conjunto de barras y vigas para resolver un caso de tensiones en sólidos continuos. Más adelante, en 1943, Richard Courant proporcionó un gran adelanto al emplear el método de Ritz para obtener soluciones en un caso de vibración. En 1947, M. Levy empezó a plantear métodos matemáticos para resolver estructuras estáticamente redundantes.

A partir de la década de los años 50, se comenzaba a emplear las primeras herramientas de computación, lo que permitió sustituir los lentos métodos iterativos del momento por métodos más avanzados. Estos métodos permitían aplicar las ideas de Navier, Lagrange y Cauchy entre otros, hasta entonces ineficaces por la carga de cálculos a los que daban lugar. Otro hito importante fue el desarrollo por parte de J. H. Argyris y S. Kelsey de métodos matriciales para el cálculo de problemas estructurales usando principios energéticos.

Durante la década de los años 60, la tecnología del análisis asistido por computador estaba cristalizando y demandaba un desarrollo de las capacidades computacionales. Por otra parte esta aparente descompensación hizo patente la necesidad de trabajar los algoritmos empleados, se hizo hincapié en la optimización de los algoritmos, reduciendo en la medida de lo posible las necesidades computacionales. Los algoritmos optimizados junto con el cálculo matricial hacen de ésta tecnología fundamental en el cálculo de pórticos, y otras estructuras reticulares.

Sin embargo, aún no era capaz de abordar problemas de entornos continuos. Durante la segunda mitad de los años sesenta el esfuerzo se centró en resolver este problema, especialmente en el ámbito aeronáutico y aeroespacial, dando lugar propiamente al método de los elementos finitos y su extrapolación a otros fenómenos físicos: térmica, fluidodinámica, etc.

Una vez alcanzado el reconocimiento de la comunidad en cuanto a nivel de aplicación, el siguiente paso, durante los años 70 en adelante, consistió en ahondar en el método y

extender su aplicación, en especial con la extensión de ordenadores personales y la proliferación de códigos comerciales.

En la actualidad se están consiguiendo grandes avances en la precisión y simulación de nuevos fenómenos, como electromagnetismo o interacción fluido-estructura. Por otra parte, los nuevos frentes consisten en la optimización de los recursos demandados por los cálculos, establecimiento de nuevos métodos como SPH u otros 'libres de malla' para geometrías complejas, y la reproducibilidad del método minimizando su dependencia a ensayos reales.

APLICACIÓN DEL FEM

El método se emplea en resolver numéricamente ecuaciones diferenciales, que definen el caso, mediante una transformación algebraica. Partiendo de este punto se establece que lo que se conseguirá será una aproximación del comportamiento real o esperado. Las ecuaciones diferenciales sólo relacionan entre sí los nodos de la malla reticulada. Los valores de las distintas variables que se puedan obtener de los elementos será una interpolación de mayor o menor precisión de los valores de dichas variables en los nodos que lo componen. De ahí que no se pueda garantizar la exactitud de los valores fuera del entorno nodal.

Para conseguir este objetivo se establecen unas pautas de actuación en todo problema o 'caso' a resolver:

1. Pre-procesado
2. Cálculo
3. Post-procesado

PRE-PROCESADO

El método busca resolver un problema continuo mediante la aproximación que resulta de dividirlo en partes virtuales, esto es 'discretización', tal y como muestran los ejemplos de la Figura 3 de manera que:

- El medio continuo se divide en un número finito de 'elementos'. Estos elementos se encuentran acotados mediante unos puntos, llamados 'nodos', que definen la distribución de dicho elemento en el entorno y a través de los cuales se introducen las variables del problema. Estos nodos serán el nexo de unión entre un elemento y sus elementos adyacentes.
- El comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las 'funciones de forma'.
- Las incógnitas del problema pasan a ser expresadas como la relación entre los nodos de un elemento según lo exprese las funciones antes mencionadas.
- La solución del problema completo será la aproximación resultante del ensamblado de cada una de las soluciones parciales en los elementos del problema.

Dicho lo cual, se entiende que la precisión del modelo virtual está fuertemente supeditada a la calidad de mallado y a la definición correcta de las variables que envuelven al problema. Otro aspecto a destacar es la rotunda conexión de esta herramienta de resolución a un sistema de computación de capacidades de memoria y procesamiento elevadas.

CÁLCULO

Una vez traducido el problema en un lenguaje comprensivo para el software de procesado, éste tratará de resolverlo según las pautas establecidas en el pre-procesado, marcadas por el usuario.

Según la naturaleza del cálculo y la previsión que se tenga del desarrollo del caso, se utilizará un tipo concreto de cálculo.

- Si se trata de un caso de dinámica relativamente sencilla pero ejecutada en un periodo largo de tiempo, se puede emplear cálculo implícito; este cálculo, resuelve iterativamente problemas matriciales del tipo:

$$\{f_n\} = [K_{n-n}] \cdot \{d_n\} \quad (5)$$

Donde f son las cargas aplicadas en los nodos, K la matriz de rigidez y d los desplazamientos resultantes en los nodos.

Toma las soluciones iteradas dentro de un intervalo de tiempo, buscando un factor de convergencia que dé por válida la solución obtenida mediante la resolución de la ecuación matricial. Esta matriz se debe montar en cada iteración por completo por lo que este tipo de cálculo conlleva mallas relativamente pequeñas que puedan alojarse en una única máquina para evitar dividir la matriz de rigidez.

Este es el tipo de cálculo óptimo para resolver casos que presenten pequeños gradientes en las variables durante grandes períodos de tiempo.

- Por otro lado, existe el cálculo explícito que resuelve el problema empleando resoluciones de ámbito energético, como el método de los trabajos virtuales. Al ser de naturaleza energética es el cálculo apropiado para resolver problemas de acoplado entre fluido y estructura, como el que da lugar a este documento. Este tipo de cálculo permite el tratamiento por separado de tal manera que permite paralelizar el cálculo en distintas máquinas, no está tan supeditado al número de elementos como al tamaño de éstos. Cuanto más pequeño, menos tiempo emplea el sonido en recorrer el elemento, ese tiempo (denominado Δt_{cr}) será el que se atenderá al resolver las ecuaciones y definir las variaciones en los nodos, por ello, cuanto menos tiempo se emplee por ciclo, más ciclos de cálculo necesitará para alcanzar el tiempo establecido en la resolución. No converge la solución, ya que, mientras se defina en un intervalo menor a Δt_{cr} , esa solución es estable, según la *condición de Courant*. Este tipo de cálculo es el empleado en impactos, detonaciones o casos físicos que conlleven gran cantidad de energía en breves períodos de tiempo.

POST-PROCESADO

Tras el cálculo del problema generalmente los 'solver' devuelven una gran cantidad de información obtenida del proceso. Mucha de esa información ha tenido que ser requerida previamente en el pre-proceso y una vez obtenida se debe transformar y traducir a formatos adecuados, tal es así con histogramas o tablas de resultados. Esta información es la que va a apoyar las conclusiones del estudio, de tal modo es conveniente saber qué clase de información va a devolver el programa y cómo se puede convertir en los datos buscamos.

Es importante volver a incidir en la importancia del post-procesado para validar un modelo ya que, al ser una herramienta de orientación industrial, y por ende privada, los resultados depurados que se muestren serán la cabeza visible de todo el trabajo previo. Un cliente potencial buscará el desarrollo de la simulación sin atender a las horas de



diseño ni computación que conlleva. El empleo de la técnica explícita o implícita, el grado de paralelización u otros aspectos, quedan en un segundo plano tras la imagen del cuerpo impactando y deformándose o un histograma con el pico de tensión alcanzado.

2.3. EL MODELO DE CELDA DE MATERIAL (BROBERG, 1982)

El modelo de celda de material de K. B. Broberg, es una ingeniosa manera de abordar el problema de la mecánica de fractura. Fue propuesto en 1982 como un modelo de material no necesariamente asociado a los métodos computacionales, pero perfectamente adaptable a ellos. El modelo defiende la visión de un medio continuo, en un conjunto de regiones más pequeñas, las celdas de material, que representará el conjunto material. Cada una de estas celdas presentará una ley de cohesión-descohesión que describirá la degradación del material, representando la propagación inestable de la fisura.

El modelo de celda de material se basa en la relación constitutiva expuesta por Gurson, en 1977 [12], sobre una unidad de material con una oquedad esférica en su interior. La unidad básica empleada por Gurson consistía en un sólido esférico rígido-plástico con un hueco cilíndrico en su interior. Esto impedía mantener una apropiada precisión si se extrapolaba a celdas cúbicas, más convenientes para representar un conjunto mayor. Tvergaarden 1982, y Needleman, en 1984, plantearon modificaciones para extrapolarlo a un sólido cúbico con un vacío esférico [13].

Aparte de la relación constitutiva, el modelo de celda establece que el entorno material se puede dividir en regiones de tamaño mucho menor, celdas, que garanticen proporcionar información suficiente acerca de la propagación de grieta en el material. Esto está motivado por el hecho de que las celdas van a ser los principales actores en la generación de la grieta. La resistencia cohesiva del material la proporcionarán las propias celdas a través de una ley de cohesión y su tamaño. La propagación de la grieta transcurrirá en órdenes de magnitud proporcionales a las dimensiones de la celda por ello es importante establecer la apropiada configuración para reproducir el fenómeno. Estas celdas, con su relación constitutiva, pretenden reproducir una región suficiente de material continente de pequeñas grietas y oquedades que se espera que den lugar a la grieta por su crecimiento y final coalescencia. Aunque el concepto de celda de material es sencillo, no es fácil determinar a veces cuál es un tamaño apropiado, debido por ejemplo a la diferencia de comportamiento según la intensidad de la carga o la naturaleza de esta.

Broberg defiende que la principal propiedad de una celda es su relación de cohesión-descohesión, que describe la respuesta de la celda a los esfuerzos deformantes. Suele constar de dos regiones principales, la primera, cohesión, representa la resistencia inicial de la celda a ser deformada por las tensiones aplicadas, generalmente tracción, hasta alcanzar un valor crítico, σ_D , tras el cual se alcanza la región de descohesión, estado irreversible en la celda, en el que se considera que la celda está dañada por el crecimiento y unión de las fisuras iniciales.

La relación de cohesión-descohesión no tiene que ser necesariamente a través de las tensiones en la celda. Johnson [14], en 1993, planteó un modelo de elementos finitos cuya ley de cohesión estaba relacionada con la variación de volumen del elemento. A través del control de la variación del volumen del elemento, que representaba el crecimiento de los defectos en la celda-elemento, diseñó una relación constitutiva que ajustaba la respuesta mecánica al volumen instantáneo del elemento, hasta un valor final que representaba el fallo del elemento. Este es un método muy semejante al que se tratará en el presente trabajo.

3. MODELO NUMÉRICO

Hay que indicar que los resultados mostrados en este trabajo fueron extraídos de cálculos realizados en un equipo con Windows 7® x86 (arquitectura de 32bits) con procesador Intel Pentium ® 2.00GHz y 2.00 GB de memoria RAM.

3.1. INTRODUCCIÓN A ABAQUS

ABAQUS es la manera habitual de designar el paquete ABAQUS FEA, que consiste en un conjunto de herramientas para la simulación de eventos físicos, empleando métodos numéricos.

La primera versión fue lanzada en 1978, tomando como imagen y nombre el ábaco medieval, por los doctores David Hibbitt, Bengt Karlsson y Paul Sorensen que fundaron HKS Inc. y después ABAQUS Inc. Desde el año 2005 es propiedad de Dassault Systèmes Simulia Corp., la cual compró ABAQUS Inc. añadiendo ABAQUS junto con el software de diseño CATIA a su catálogo de programas de simulación SIMULIA.

El paquete ABAQUS utiliza el lenguaje de código abierto 'Python' para personalizaciones y desarrollos de usuario, lo que, junto con su potencia y versatilidad, le granjea una buena aceptación en ámbitos académicos. Dicho paquete engloba las siguientes herramientas de cálculo:

- ABAQUS/CAE: Programa de modelización y visualización para el entorno ABAQUS. Proporciona herramientas de diseño asistido CAD, mallado y visualización de resultados en su variante 'Viewer'.
- ABAQUS/Standard: Módulo de simulación general. Concibe cálculos estáticos, vibraciones y en resumen todo aquél que se defina en ámbitos lineales.
- ABAQUS/Explicit: Módulo de simulación para eventos no-lineales. Con éste módulo se simulan todos los sucesos que el módulo Standard no puede manejar, no-linealidades geométricas, de material o aquellos fenómenos estructurales que no pueden ser obtenidos únicamente de las condiciones iniciales. Debido al comportamiento no lineal del material que se espera conseguir, éste es el módulo responsable de los cálculos realizados para este trabajo.

Y a partir de la versión 6.10

- ABAQUS/CFD: Módulo de simulación de eventos en los que formen parte entornos fluidos o sólidos no-newtonianos.
- ABAQUS Topology Optimization Module (ATOM): Módulo de optimización de diseños. Permite pulir diseños industriales mejorando el comportamiento dinámico atacando a la masa de la estructura.
- fe-safe: Aplicación reciente centrada en la simulación de fenómenos de fatiga y estructuras no-metálicas.
- Add-on Tools: Compendio de pequeñas herramientas que permiten la integración y comunicación de ABAQUS FEA con otros programas relacionados como MADYMO y ADAMS.
- ABAQUS Multiphysics: Está diseñado para el cálculo y simulación de diferentes fenómenos físicos coexistentes en el caso de estudio, permitiendo incluir fenómenos eléctricos, acústicos, fluidodinámicos y estructurales entre otros.

3.2. MODELOS NUMÉRICOS REALIZADOS

Recordando que se manejan dos configuraciones (2 y 3 dimensiones, considerando el espesor como parámetro analítico o incluido en el diseño) aquí se exponen los aspectos comunes a ambas configuraciones.

GEOMETRÍA

La geometría del modelo busca representar la probeta que maneja el experimento a correlar [5], una placa con las siguientes dimensiones: ancho $B = 500$ mm, alto $H = 300$ mm, espesor $e = 4,76$ mm y profundidad de la entalla $a_0 = 300$ mm.

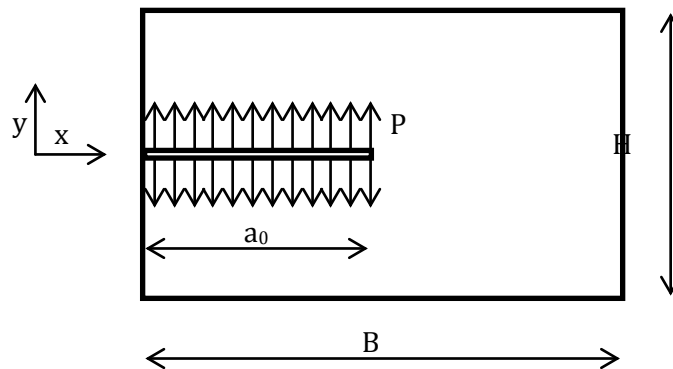


Ilustración 5 Geometría de la Probeta

De cara a ahorro de costes computacionales se simplifica dicha geometría apoyándose en simetrías y condiciones de contorno compatibles. De tal modo, el modelo tomará la mitad del alto, estableciendo una condición de simetría en el segmento $(B - a_0)$, tal y como se aprecia en la siguiente figura:

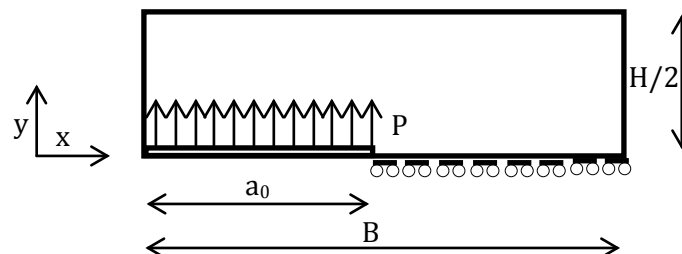


Ilustración 6 Simplificación general de la geometría

La simplificación del espesor sólo será considerada en los modelos de 3 dimensiones donde se considerará $e/2$ y se aplicará condiciones de simetría en la cara resultante.

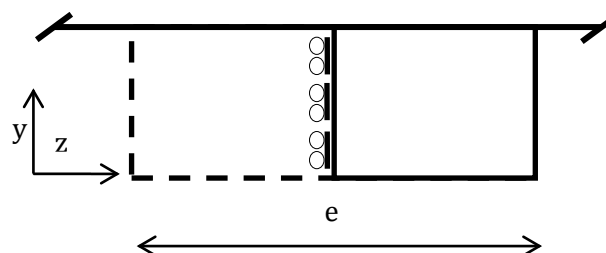


Ilustración 7 Detalle de la simplificación particular de la geometría 3D

CARGA APLICADA

En el experimento se empleó un sistema electrónico que transformaba la repulsión magnética de dos bandas de cobre en presión uniformemente distribuida en las paredes de la entalla. Dicho sistema se empleó para proporcionar distintas presiones a la entalla siguiendo siempre la misma curva:

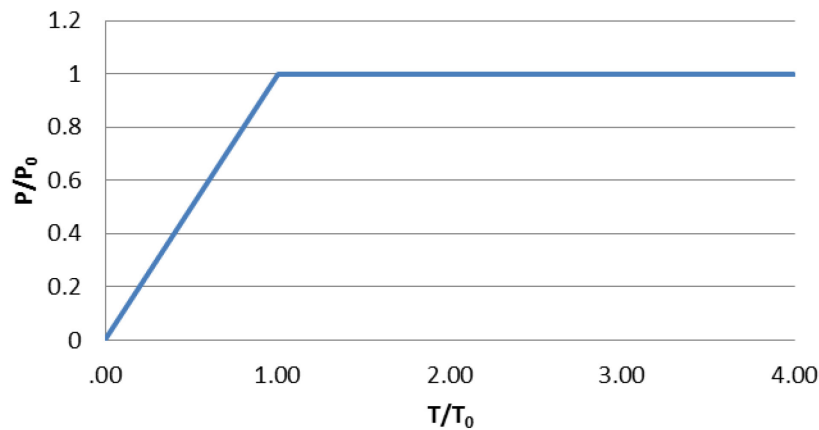


Ilustración 8 Curva de carga

Esta carga se aplica a través de presión distribuida sobre la región libre que conforma la entalla. De tal manera que se busca un modo de apertura (*modo I*) de fractura.

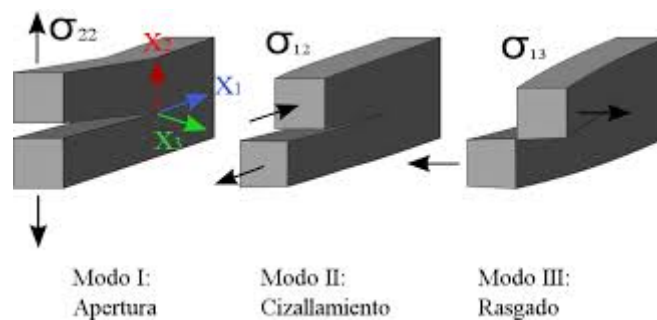


Ilustración 9 Modos de fractura [15]

Tanto para dos dimensiones como tres, se emplea el método de presión distribuida, indicando el valor P_0 de presión, una amplitud que refleje la curva de carga y la región (*Surface*) de aplicación; es el propio software el que se encarga de distribuir la carga, ya sea en la cara libre de la entalla o en la arista libre, para el caso de dos dimensiones.

Una diferenciación de los modelos radica en las cargas que se aplicarán, así pues, a cada modelo se le aplican las siguientes cargas: 1.1, 5.5, 10.4 y 15.4 MPa. Estos valores son para los que el experimento de referencia proporciona resultados a comparar; en concreto, el valor de 1.1 MPa es el que se emplea para calibrar los modelos y la subrutina de material.

MATERIAL DE LA PROBETA

Se busca implementar un material que reúna las características del Homalite-100, y para ello se define un material elástico lineal con las siguientes propiedades físicas:

Módulo de Young: $E=4550$ MPa

Coefficiente de Poisson: $\nu=0.31$

Densidad Inicial: $\rho_0=1230$ Kg/m³

El detalle de definir una densidad inicial radica en la particularidad del método seguido. Tomando como base [2], se trabaja con dos tarjetas de material distintas: una define un material elástico lineal con las propiedades del Homalite-100 y la otra consiste en una tarjeta VUMAT según la terminología de ABAQUS. La tarjeta VUMAT permite definir por parte del usuario un comportamiento de material no recogido en la base de materiales estándar de ABAQUS.

Para emplear la tarjeta VUMAT, es preciso indicar un material de usuario con las entradas que requiere la subrutina de material y además la propia subrutina. En este caso, como entradas, se indican el módulo de Young, el coeficiente de Poisson, la densidad inicial y dos nuevos valores de densidad ρ_1 y ρ_2 , menores siempre que ρ_0 que definen el comportamiento particular del material de usuario.

La subrutina de material, como explica ABAQUS en su documentación (*abaqus subroutine manual*), debe satisfacer la condición de que cada punto de material que requiera de la subrutina (*nblock*) actualice la tensión (*stressNew*) y las variables de estado (*stateNew*) al final de cada incremento. La particularidad de las subrutinas aquí empleadas es que, basándose en los modelos de celda, se define un modelo de daño para los elementos que tienen designado el material de usuario. Tal y como recoge J. Loya en su trabajo, si se generan elementos de malla de un tamaño adecuado, estos se pueden considerar celdas de material frágil, en el ámbito de propagación de fractura. Se considera que estas celdas de material contienen una distribución de defectos que se consideran repartidos homogéneamente en su interior. Al someter estas celdas a sollicitaciones, se considera que los defectos pueden aumentar en número y tamaño, pudiendo dar lugar a fisuras macroscópicas que se propaguen a través del material. En el presente trabajo, debido a las limitaciones computacionales se trabajará con elementos de tamaño mucho mayor al recomendable para una celda que caracterice el material pero suficientes para reproducir el efecto de fractura.

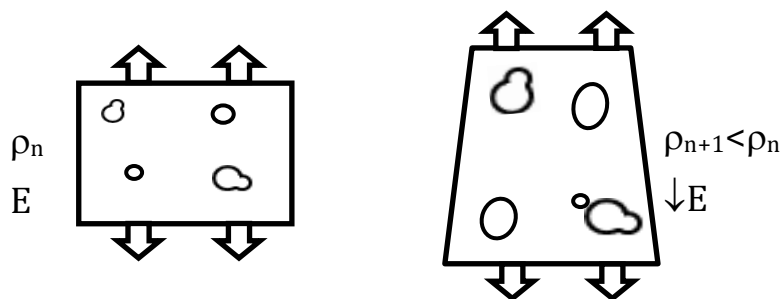


Ilustración 10 Croquis de modelo de daño

El modelo de daño de la subrutina pretende reproducir el efecto resultante del aumento de daño dentro de las celdas de material. Se considera que la rigidez del material se ve comprometida a medida que aumenta el daño en su interior, considerando el aumento del daño como una disminución de la densidad volumétrica inicial de la celda-elemento. Para ello se modifica la rigidez del material E por un coeficiente ω relacionado con la variación de densidad del elemento de la siguiente manera:

$$\omega(\rho) = \frac{(\rho/\rho_2)^n - 1}{(\rho_1/\rho_2)^n - 1}, \text{ para } \rho_1 < \rho < \rho_2 \quad (6)$$

Este coeficiente ω irá modificando los parámetros de la matriz de rigidez dentro de la subrutina, modificando la respuesta del elemento a las sollicitaciones a las que se le someta.

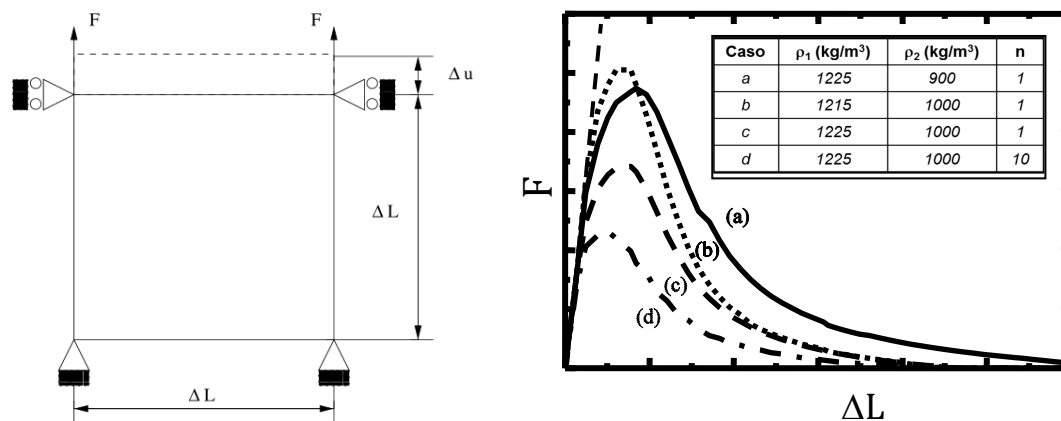


Ilustración 11 Respuesta de un caso de tracción según configuraciones del modelo de daño.

Sobre estas líneas tenemos un modelo sencillo: un único elemento Shell de tensión plana, al que se le aplica tracción. La gráfica de la derecha muestra su respuesta a la sollicitación en función de los parámetros de la subrutina planteados. La densidad ρ_1 indica el comienzo del daño en el elemento, ρ_2 la rotura completa y n define la velocidad de transición de ρ_1 a ρ_2 . Indicar, que el exponente n se establecerá como 1 de aquí en adelante para facilitar la calibración de los modelos, actuando sobre las densidades ρ_1 y ρ_2 que son los principales agentes modificadores de comportamiento. En pocas líneas, el elemento sigue un comportamiento frágil hasta un punto en el que, al deformarse, alcanza el valor ρ_1 y comienza a perder rigidez, momento en el que la curva $F-\Delta L$ cae describiendo la degradación del material hasta que alcanza el valor ρ_2 , que marca el instante de rotura del elemento y nula resistencia. Como se observa, valores más bajos de la densidad de comienzo de daño hacen que se mantenga durante más tiempo la rigidez original; por otro lado, valores más bajos de la densidad de rotura completa permiten alcanzar mayor deformación antes de rotura. Por otro lado, la capacidad de absorción de daño según el parámetro n disminuye cuanto mayor sea éste, de una manera semejante a como lo haría con ρ_1 .

CALIBRACIÓN

Para validar cada uno de los modelos que componen este trabajo se requiere calibrar previamente los parámetros que lo definen.

El primer paso consiste en ajustar el valor de ρ_1 , para ello, sin posibilidad de ajustar una configuración del material 'VUMAT', se lanza un cálculo del modelo con el material elástico lineal asignado también a la zona próxima al extremo de la entalla. Esto imposibilita la generación de ninguna fisura pero permite ver la evolución de la densidad de los elementos en durante la aplicación de la carga. Por lo tanto, se lanza un primer caso de calibración con la carga de 1.1 MPa, para después, en los resultados, buscar el valor de densidad que registran los elementos más críticos para el instante de inicio de fractura que se registró en el experimento comparativo.

Una vez determinado el valor de ρ_1 , se modifica el modelo anterior llamando ahora al material 'VUMAT'. Esto dará lugar a varios casos, con ρ_1 constante pero cada uno con una relación de ρ_1 y ρ_2 diferente, para determinar qué par de valores genera una respuesta más aproximada al caso real de 1.1 MPa. Una vez quede determinada la configuración más favorable, queda fijada para realizar los casos del resto de cargas y comparar con los resultados experimentales.

MALLADO DE LA PROBETA

Una vez expuesta la relación entre la evolución de la densidad y la subrutina de daño del material se hace necesario aplicarla a una malla adecuada. Como se indicaba en el punto anterior, por limitación técnica se definían elementos de malla de un tamaño mucho mayor al tamaño suficiente que podía requerir una celda de material, en términos de respuesta cohesiva frente a una hipotética fractura. Teniendo ese detalle en cuenta se hará un barrido entre distintos tamaños de elementos para en la zona más crítica, entendiendo como tal la región más próxima al límite de la entalla, zona por donde se espera que se propague la fisura. La longitud característica de los elementos en esta zona crítica serán 60, 70 y 80 micras aproximadamente.

Para garantizar una longitud característica y poder estudiar la influencia del tamaño de elemento en la metodología que aquí se maneja, se preparó una malla orientada a conseguir la estructura más regular posible en el frente de fisura y la región potencial de propagación, basada en elementos cuadrados o cúbicos, en función de si se trata de dos o tres dimensiones respectivamente. Para ello, y en base a los modelos realizados por J. Loya, se generó una región próxima de aristas verticales y horizontales que después se propagaría de manera radial lejos del extremo de la entalla.

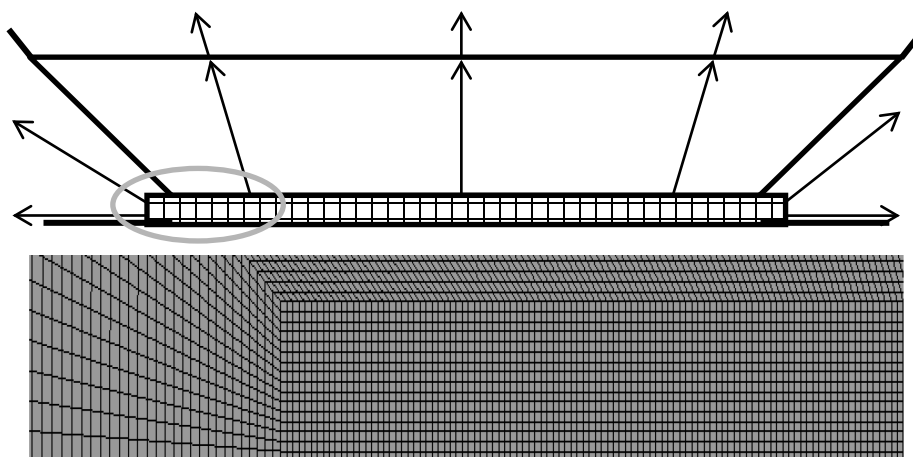


Ilustración 12 Esquema y detalle de malla

CONDICIONES DE CONTORNO

Como se explicaba parcialmente en el apartado 'GEOMETRÍA', ver Ilustración 6, las condiciones de contorno varían según se trate de modelos en dos dimensiones o tres.

En ambas configuraciones sí están presentes las condiciones de simetría que simulan la mitad de la probeta en un plano que contiene a la entalla. Las tarjetas empleadas son iguales (restricción de desplazamientos en y y rotaciones en x e z) pero varía la región de aplicación, semejante a las cargas, siendo una arista en dos dimensiones y una superficie en tres dimensiones.

La divergencia en condiciones de contorno se encuentra al tratar la simetría en el plano de la probeta para las tres dimensiones. En los modelos de dos dimensiones esta hipótesis no se aplica ya que el espesor es paramétrico y no interviene directamente en el peso computacional de los modelos, es en tres dimensiones donde se reduce el espesor a modelizar a la mitad, simplificándolo con una simetría, ver Ilustración 7, que sigue el comportamiento de deformación plana esperado en dicha región. Para esta región se han impuesto restricciones en los desplazamientos en z y las rotaciones en los ejes x e y .

DISEÑO DEL EXTREMO DE LA ENTALLA

La definición de la entalla ha sido objeto de estudio en el presente trabajo para ver su influencia en el comportamiento a fractura. Aparte de la simplificación inicial (en adelante 'entalla plana', diseños 'A') en la cual no se diseña un extremo de la entalla, simplemente se aplican la carga o la condición de contorno a los segmentos correspondientes de una misma recta, se han diseñado dos tipos: uno redondeado y otro cuadrado, con dimensiones de radio/lado que van de los 0.1 a 0.5 milímetros.



Ilustración 13 Diseños 'B' y 'C' del extremo de la entalla

3.3. CODIFICACIÓN DE LOS MODELOS DE SIMULACIÓN

La relación completa de modelos estudiados en este trabajo se encuentra en el Anexo adjunto, aquí se procede a indicar la nomenclatura empleada para los modelos. Tanto los modelos de simulación en dos dimensiones como los de tres dimensiones siguen la siguiente codificación para diferenciarlos:

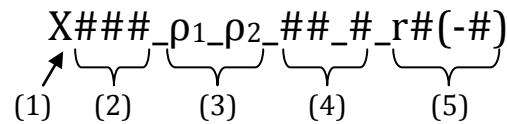


Ilustración 14 Codificación de los modelos

- (1) Número de serie. Diferencia entre los distintos grupos de cálculo que se han manejado: Series 'A', 'B' y 'C', bidimensionales con entalla plana, redonda y cuadrada respectivamente, y las series 'D' y 'E', tridimensionales con entalla plana.
- (2) Subserie o parámetro geométrico distintivo. En las series 'A' y 'D' es un número entero (1, 2 o 3) que distingue entre mallas. En el resto indica cierta dimensión.
 - a. Serie 'A': A1: 60 micras, A2: 70 micras y A3: 80 micras de longitud de elemento.
 - b. Serie 'D': D1: 6 elementos en espesor; D2: 7 elementos en espesor.
 - c. Series 'B' y 'C': Radio de la entalla circular en 'B' o altura de la entalla cuadrada en 'C'. X01: 0.1 mm, X025: 0.25 mm, X05: 0.5 mm.
 - d. Serie 'E': Semiespesor de la probeta, la 's' denota simetría. E1-5s: 1.5 mm de espesor con simetría, simula 3 mm de espesor. Mismo sistema para 2-38s, 3s y 4s.
- (3) Valores de los parámetros de la subrutina del modelo de daño, ρ_1 y ρ_2 , en Kg/m³. Conlleva una subrutina de daño y una malla de material de usuario 'VUMAT'. Si aparece 'C' en su lugar, indica modelo de calibración con material elástico sin subrutina de daño.
- (4) Caso de carga aplicado. En megapascuales. 1-1 equivale a 1.1 MPa, mismo sistema para 5.5, 10.4 y 15.4 MPa
- (5) Seguimiento de revisión y versión de archivo. Redefinición de tarjetas *Output* o rectificación en tarjetas de modelo y malla.

La codificación antes mencionada hace referencia al archivo del modelo que contiene todo aquello que no es geometría y malla: condiciones de contorno, curva de carga, tarjetas de material, tarjetas de resultados. Está asociado a otro archivo que contiene las tarjetas relacionadas con la malla: geometría, nodos, elementos, *sets* y secciones de material.

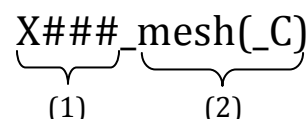


Ilustración 15 Codificación de las mallas

- (1) Modelo al que se relaciona. Coincide con los apartados (1) y (2) de la nomenclatura del archivo de modelo al que complementa. Es incluida a través de una tarjeta **Include* dentro del archivo de modelo.
- (2) Denominación de archivo de malla. El término '_C' indica si pertenece a un modelo de calibración sin subrutina de daño.

En el caso de que se trate de un modelo asociado a una subrutina del modelo de daño, ésta presentará una codificación propia.

$$\underbrace{\rho_1 \rho_2}_{(1)} \underbrace{M0\#}_{(2)}$$

Ilustración 16 Codificación de las subrutinas

- (1) Valores de ρ_1 y ρ_2 para los que está configurada la subrutina. Se corresponden con los valores (3) del archivo de modelo.
- (2) Índice de dimensión. 'M01' indica que es una subrutina para un modelo bidimensional y 'M02' para uno tridimensional.

Con estas tres codificaciones se determina cada uno de los modelos empleados en el presente trabajo.

4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

4.1. DATOS EXPERIMENTALES DE REFERENCIA

Igual que el trabajo predecesor de éste [2], el presente trabajo se corresponde con los ensayos realizados por [6] en probetas planas de HOMALITE-100, deformadas en modo I a distinta velocidad de deformación.

Como ya se ha ido comentando en el apartado *MODELOS NUMÉRICOS REALIZADOS* se trata de una probeta de 500 mm de ancho, 300 mm de alto y de espesor 4.76 mm. Se le prepara una entalla de 300mm a la mitad de su altura para deformarse según el modo I.

Para conseguir la deformación buscada se emplea un método de 2 bandas de cobre, una por cada cara de la entalla, a las que se le aplica carga eléctrica de tal manera que se repulsen entre sí, empujando toda la pared de la entalla. Este dispositivo aporta una presión regulable (1.1, 5.5, 10.4 y 15.4 MPa) siguiendo la siguiente curva de carga de la Ilustración 8 Curva de carga, página 22:

Para comparar los resultados numéricos con los ensayos, se hace hincapié en las siguientes variables: instante de rotura t_r , longitud de fisura L antes de bifurcarse y velocidad de propagación v . En función de la carga aplicada P_0 los resultados experimentales son los siguientes [2]:

Tabla 1

P_0 (MPa)	t_r (μ s)	L (mm)	v (m/s)
1.1	56	∞	240
5.5	18	20	410
10.4	15	14	457
15.4	10	5	--

4.2. EXPOSICIÓN Y COMPARATIVA DE LOS RESULTADOS

MODELOS BIDIMENSIONALES DE ENTALLA PLANA. SERIE 'A'

Calibración de ρ_1

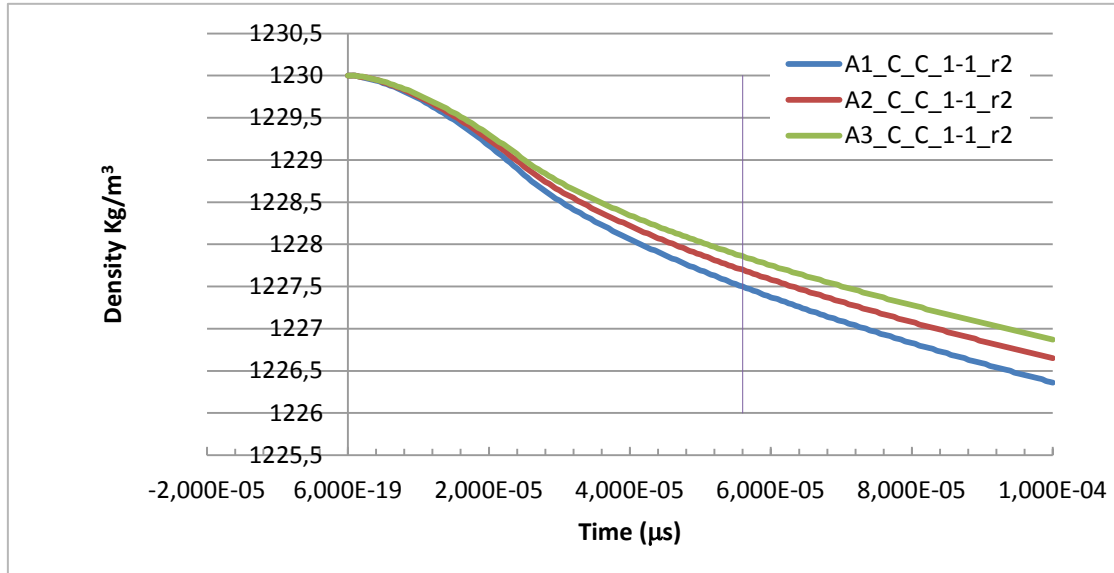


Ilustración 17 Histograma de densidad para los modelos de calibración según tamaño de malla.

Se define ρ_1 a partir del valor entero más bajo, siendo el orden de magnitud Kg/m³, por lo tanto para los 3 tamaños de elemento (A1, A2 y A3) se define $\rho_1=1227$ Kg/m³.

Calibración de ρ_2

En la siguiente imagen, se observa la diferencia de comportamiento en función de ρ_2 en el instante final, la mitad superior muestra el caso A1_1227_1150_1-1_r2 y debajo el caso A1_1227_1200_1-1_r2, ambas desde la cara libre de la probeta.

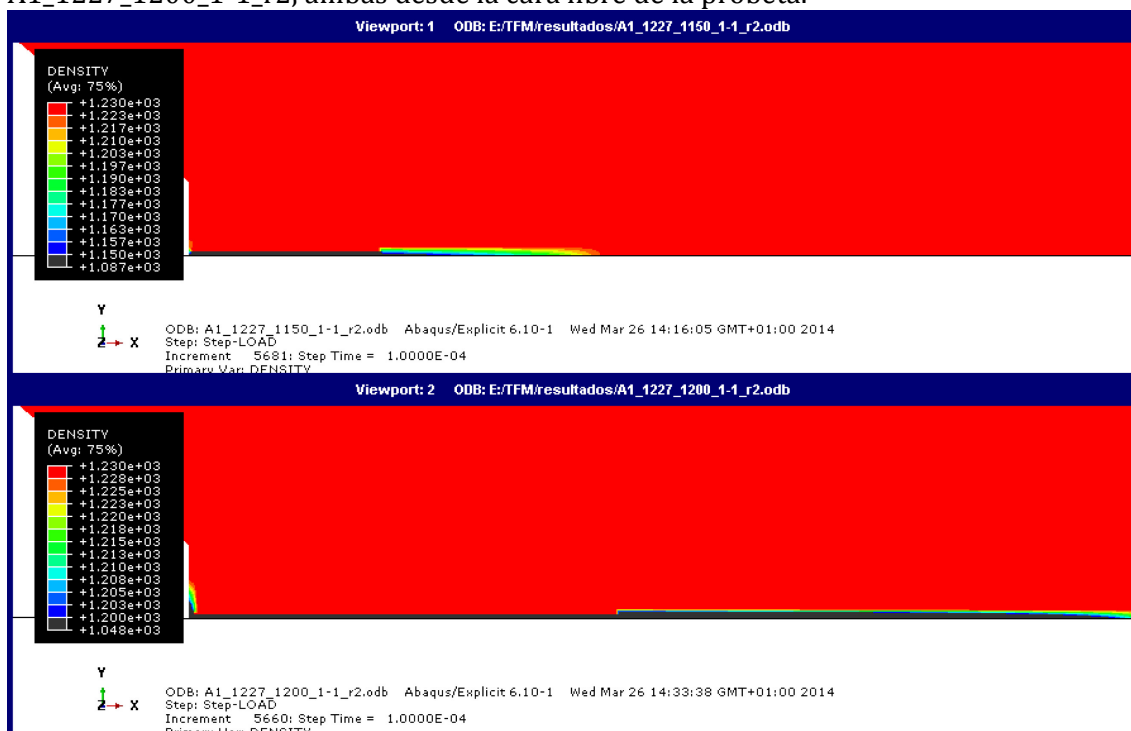


Ilustración 18 Diferencia de comportamiento en función de ρ_2

En ninguno de los dos casos aparece bifurcación de la fisura, tal y como ocurre en los ensayos, sin embargo es notable la diferencia en cuanto a longitud, el caso '1227_1200' alcanza los 13 milímetros aproximadamente y el caso '1227_1150' los 3 milímetros aproximadamente. Cuanto menor es ρ_2 más resistencia a fractura presenta el modelo.

Se observa también una divergencia en el instante de fractura t_f , mientras que para el caso '1227_1150' ocurre aproximadamente a los 72 μs , para el caso '1227_1200' ocurre antes, a los 38 μs aproximadamente; esta divergencia con respecto al instante de calibración (56 μs) se puede deber a la subrutina de daño que actúa sobre los elementos refinados, modificando la resistencia a esfuerzo del material, haciéndolo más o menos frágil.

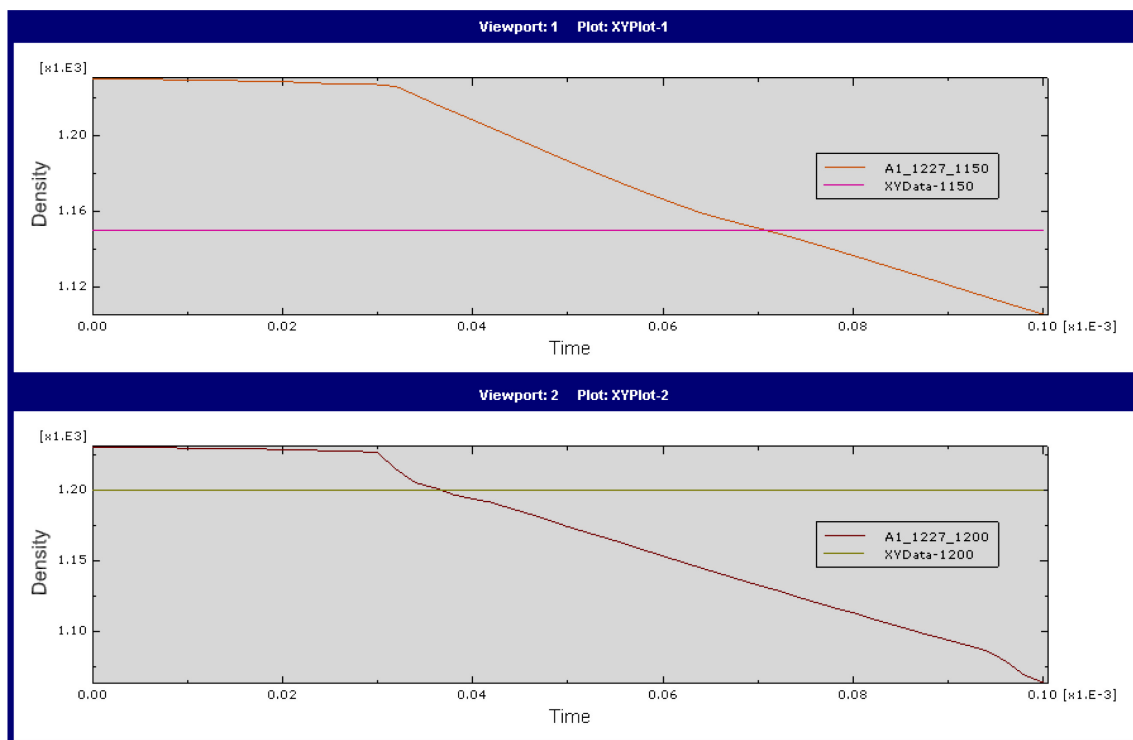


Ilustración 19 Comparativa de instantes de iniciación de fractura

Cálculo de la velocidad de propagación de la fisura

En cuanto a la velocidad de propagación, se calcula a partir de pequeños promedios en distancias de 3 elementos midiendo el tiempo que tardan en caer por debajo de ρ_2 .

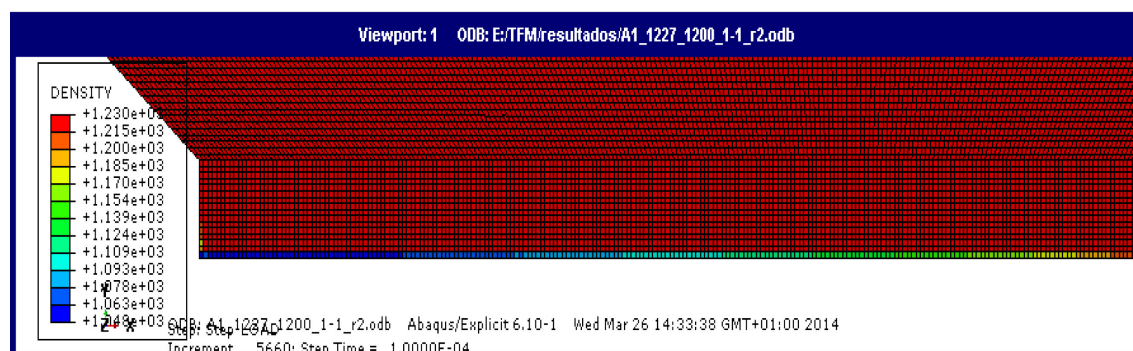


Ilustración 20 Fractura según densidad de elementos, resaltados aquellos con $\rho < \rho_2$

Se aíslan los elementos que han sobrepasado el límite de $\rho=\rho_2$, en este caso 1200 Kg/m³, ilustración inferior.

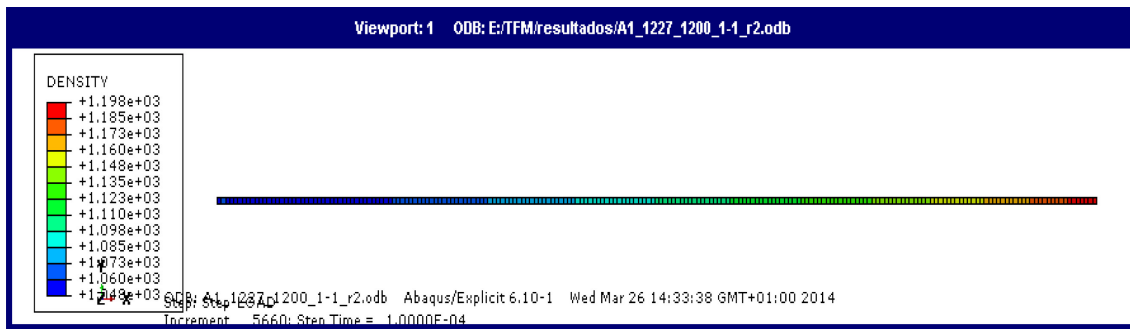


Ilustración 22 Elementos por debajo de ρ_2 una vez aislados

Y de estos se seleccionan una muestra, que equivale a elementos separados 3 veces su arista, esto proporciona la distancia para obtener la velocidad instantánea entre esos

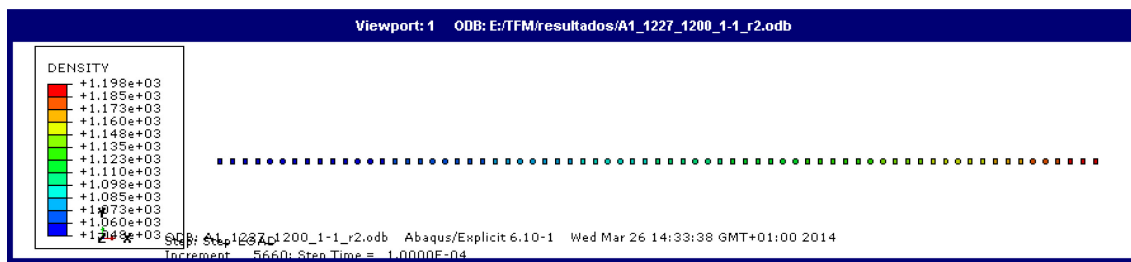


Ilustración 21 Muestra de elementos separados una distancia tres veces su arista.

elementos.

De estos elementos seleccionados, se extrae su histograma de densidad y se le cruza con la recta $\rho=1200$ Kg/m³.

Una vez aquí se toman los puntos de intersección entre cada histograma y la recta '1200' para extraer el instante en el que cada elemento de la muestra ha fallado, esto es su densidad es inferior a 1200 Kg/m³ y dejan de registrar tensión.

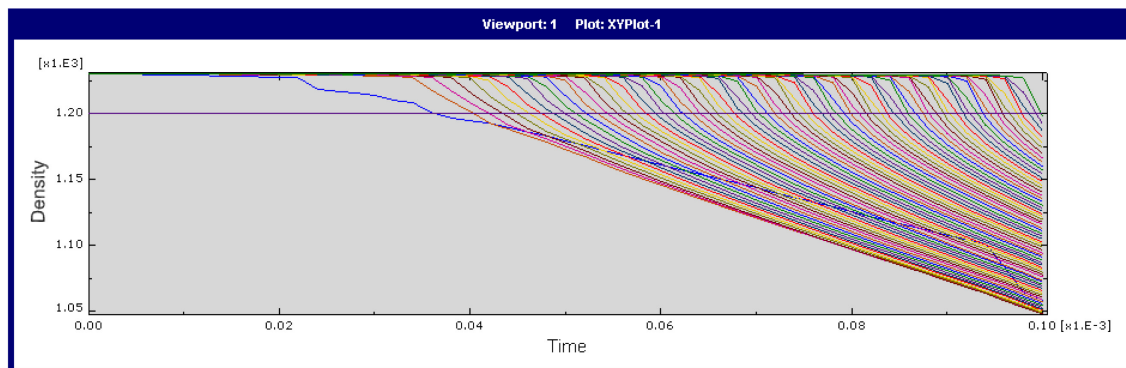


Ilustración 23 Histogramas de la muestra

Para demostrar que una vez pasa el valor ρ_2 el elemento ha fallado, se expone la siguiente gráfica: la tensión (curva azul), comienza a caer cuando se alcanza el valor ρ_1 (recta rosa) y se hace nula cuando alcanza el valor ρ_2 (recta morada), registrando valor cero.

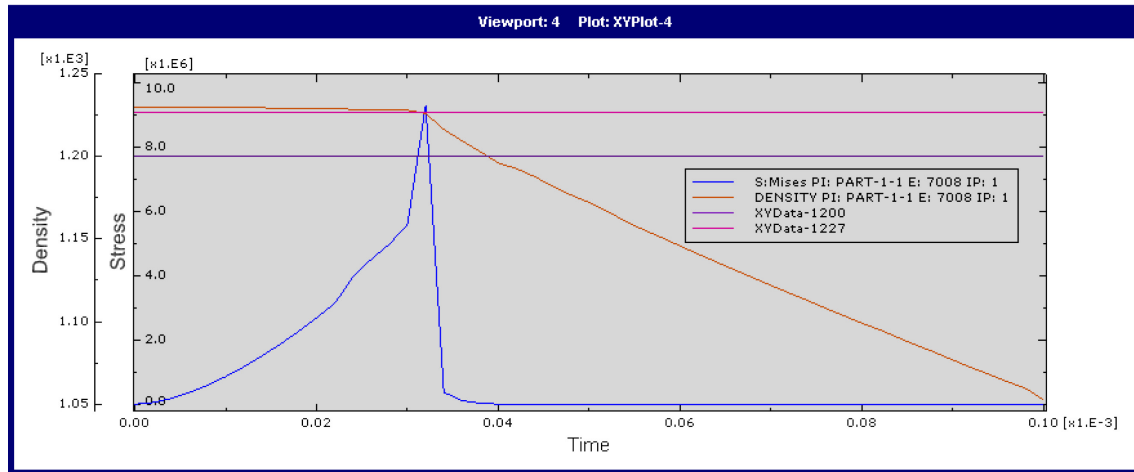


Ilustración 24 Ley de tensión-tiempo según la densidad en el modelo de daño

Volviendo a la medida de la velocidad, se realiza una tabla con el instante que se alcanza el valor ρ_2 para los puntos extraídos; teniendo una distancia entre puntos fija (3 veces la arista del elemento) se obtienen la diferencia de tiempos entre cada dos puntos consecutivos y, al conocer la distancia entre puntos consecutivos, se obtiene la velocidad instantánea.

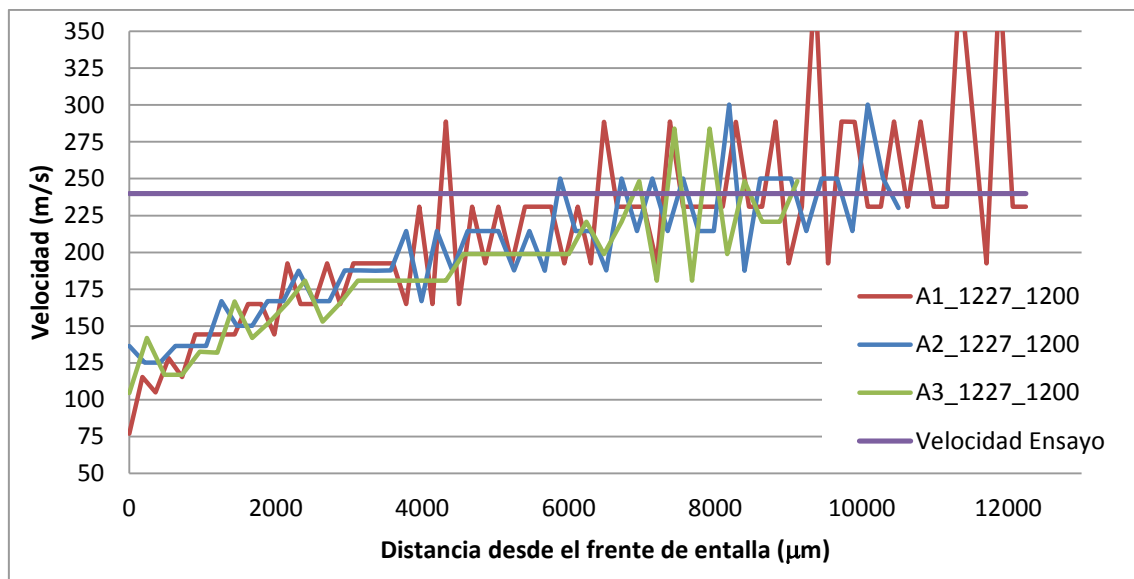


Ilustración 25 Gráficas de velocidades para los casos de entalla plana

En la ilustración superior lo primero que salta a la vista es el ruido en las tres curvas. La medición de la velocidad de propagación no es sencilla ya que se extrae del desarrollo de la densidad de un gran número de puntos. Sin embargo, se observa que los tres modelos siguen una misma tendencia, acelerando cuanto mayor se hace la fisura. De aquí se extrae que el valor puntual de la velocidad de los ensayos debió ser extraído de los estadios finales de la propagación, y que los tres modelos tienden a alcanzar ese registro de velocidad. La diferencia al parecer radica en la aceleración de la fisura, mucho mayor cuanto menor es el tamaño del elemento, aspecto que sin embargo no se puede contrastar con parámetros reales.

Lo que sí se puede concluir es que ajustar ρ_2 a 1200 Kg/m³ aproxima a la velocidad de propagación mejor que el valor de 1150 Kg/m³, que era el otro valor que se estaba manejando. Dada la respuesta de las curvas de velocidad, se desestima ajustar ρ_2 .

Una vez enfocados en los modelos de 1200 Kg/m³ y volviendo sobre las curvas de velocidad, la divergencia en la distancia alcanzada y el valor de velocidad puede deberse al instante de iniciación de fractura, ya que es diferente en los tres modelos.

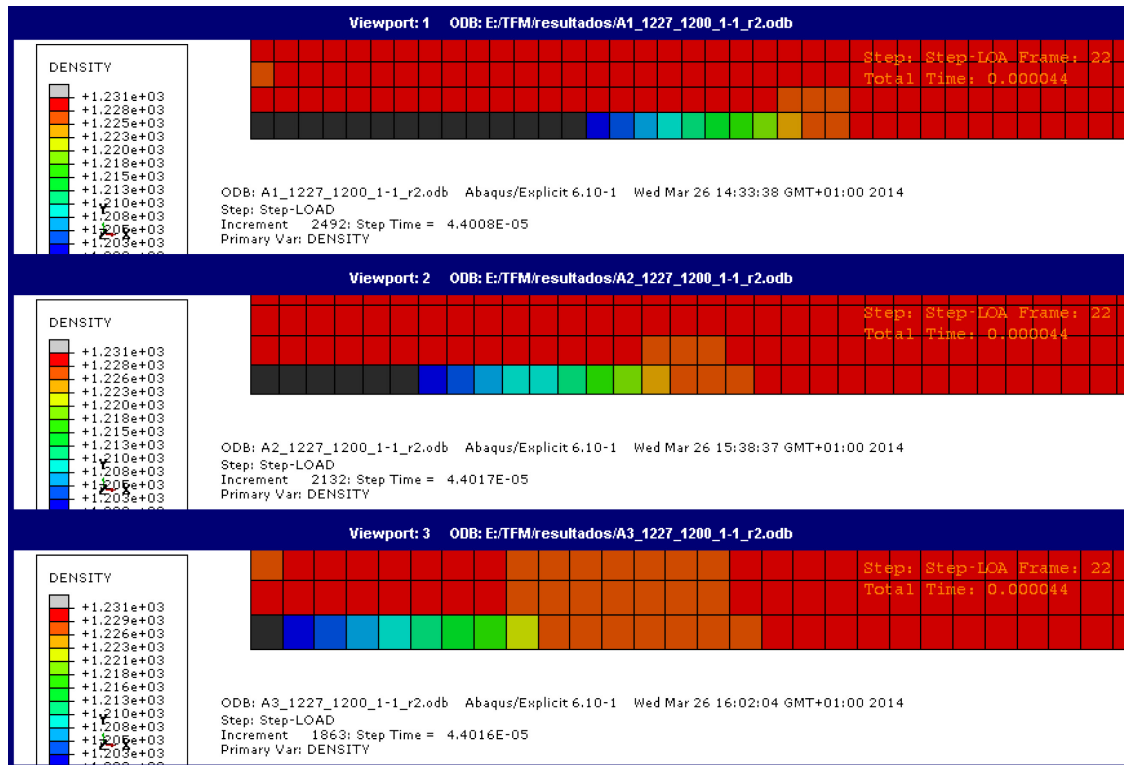


Ilustración 26 Diferencia en la iniciación de la fractura en el instante que comienza el caso 'A3'

Tabla 2

Modelo	Inicio de daño (μs)
A1_1227_1200_1-1_r2	38
A2_1227_1200_1-1_r2	40
A3_1227_1200_1-1_r2	44

Como último aspecto a destacar entre los tres modelos se encuentra el tiempo de computación. Recordando el equipo en el cual se corrieron los modelos, página 20, indicar que la relación tamaño de elemento más pequeño frente al tiempo de computación es la que sigue:

Tabla 3

Modelo	Long. Elemento (μm)	T. de computación
A1_1227_1200_1-1_r2	60	17'
A2_1227_1200_1-1_r2	70	13'
A3_1227_1200_1-1_r2	80	10'

A continuación se simulan los casos para 5.5, 10.4 y 15.4 MPa según la configuración adquirida: $\rho_1=1227$ Kg/m³ $\rho_2=1200$ Kg/m³.

Carga de 5.5 MPa

Tabla 4

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad
5.5 MPa	20 mm	18 μ s	410 m/s
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.
A1_1227_1200_5-5_r2	13 mm	14 μ s	18'49"
A2_1227_1200_5-5_r2	14 mm	16 μ s	11'33"
A3_1227_1200_5-5_r2	14 mm	16 μ s	8'45"

La longitud de fisura en estos modelos consiste en la longitud horizontal que alcanza antes de cambiar la dirección de propagación, tal y como se observa en el siguiente ejemplo.

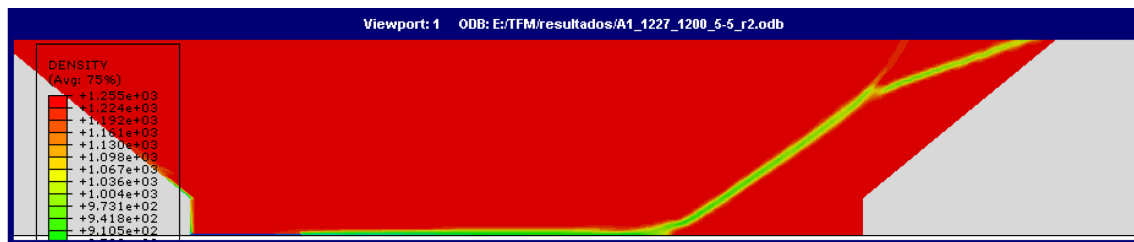


Ilustración 27 Ramificación de la fisura.

Para un caso en el que aparece ramificación de la fisura, la longitud de propagación se mide desde el extremo de la entalla hasta el punto de cruce de la horizontal con la generatriz de la ramificación.

El inicio de la fractura se consigue aproximadamente, con una variación máxima de 4 μ s, lo que se traduce una longitud de fisura muy parecida. Desgraciadamente no se alcanza el valor del ensayo por un error de un 30 por ciento.

Si se realiza el método de análisis de la velocidad antes mencionado se obtiene la siguiente gráfica:

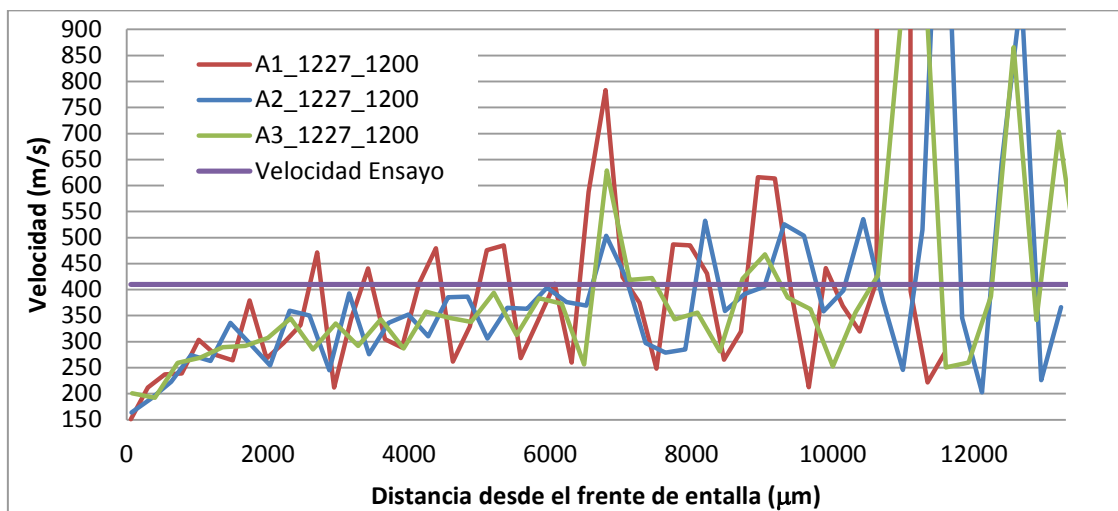


Ilustración 28 Curvas de velocidad para caso de carga de 5.5 MPa

Se observa que pese a que aparecen grandes oscilaciones, que se pueden achacar a la muestra y al aumento de la carga, se vuelve a notar que la velocidad en cada uno de los casos va aumentando a medida que se propaga la fisura. Otro detalle a destacar es que cuanto mayor es el elemento tipo en el modelo, menores oscilaciones aparecen en la gráfica, detalle que ya aparecía en los casos de 1.1 MPa y aquí se confirma.

Carga de 10.4 MPa

Tabla 5

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad
10.4 MPa	14 mm	15 μ s	471 m/s
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.
A1_1227_1200_10-4_r2	8.3 mm	10 μ s	8'42"
A2_1227_1200_10-4_r2	7 mm	12 μ s	11'23"
A3_1227_1200_10-4_r2	10.3 mm	12 μ s	9'41"

El inicio de la fractura se consigue aproximadamente, con una variación máxima de 5 μ s, lo que se traduce una longitud de fisura muy parecida. Desgraciadamente otra vez no se alcanza el valor del ensayo por un error de hasta un 50 por ciento en el caso de elementos de 70 micras.

En esta serie de casos se observa un comportamiento ligeramente inusual en la propagación de la fisura, observaciones desde la cara libre de la probeta, primera fila caso A1, segunda fila caso A2 y tercera fila caso A3. Columnas de izquierda a derecha, fotogramas en 32,60 y 100 microsegundos.

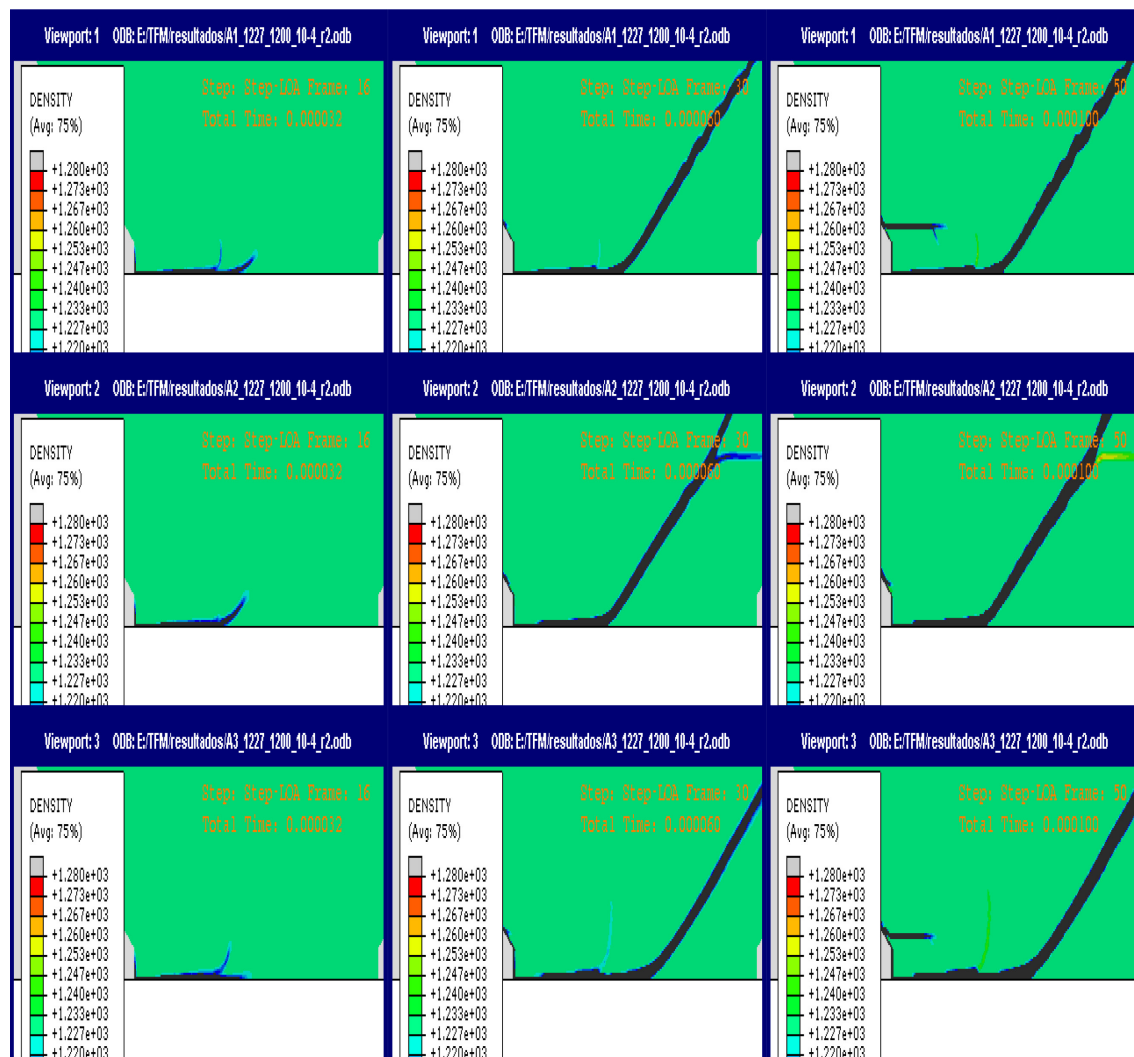


Ilustración 29 Detalles de la progresión de la fisura.

Aparece una primera ramificación leve en los casos 'A1' y 'A3' (primero y tercero por arriba) que tiende a desaparecer hacia los 60 μ s; en el caso 'A2' (media altura) ocurre un fenómeno semejante en la ramificación, aparece una fisura y luego se cierra (derecha, media altura) como demuestra su tono amarillento. Hay que recordar que el modelo de daño trabaja sobre las densidades de los elementos y, al no haber erosión, estos pueden estar sometidos a una compresión en su entorno que les haga reducir su volumen manteniendo su masa.

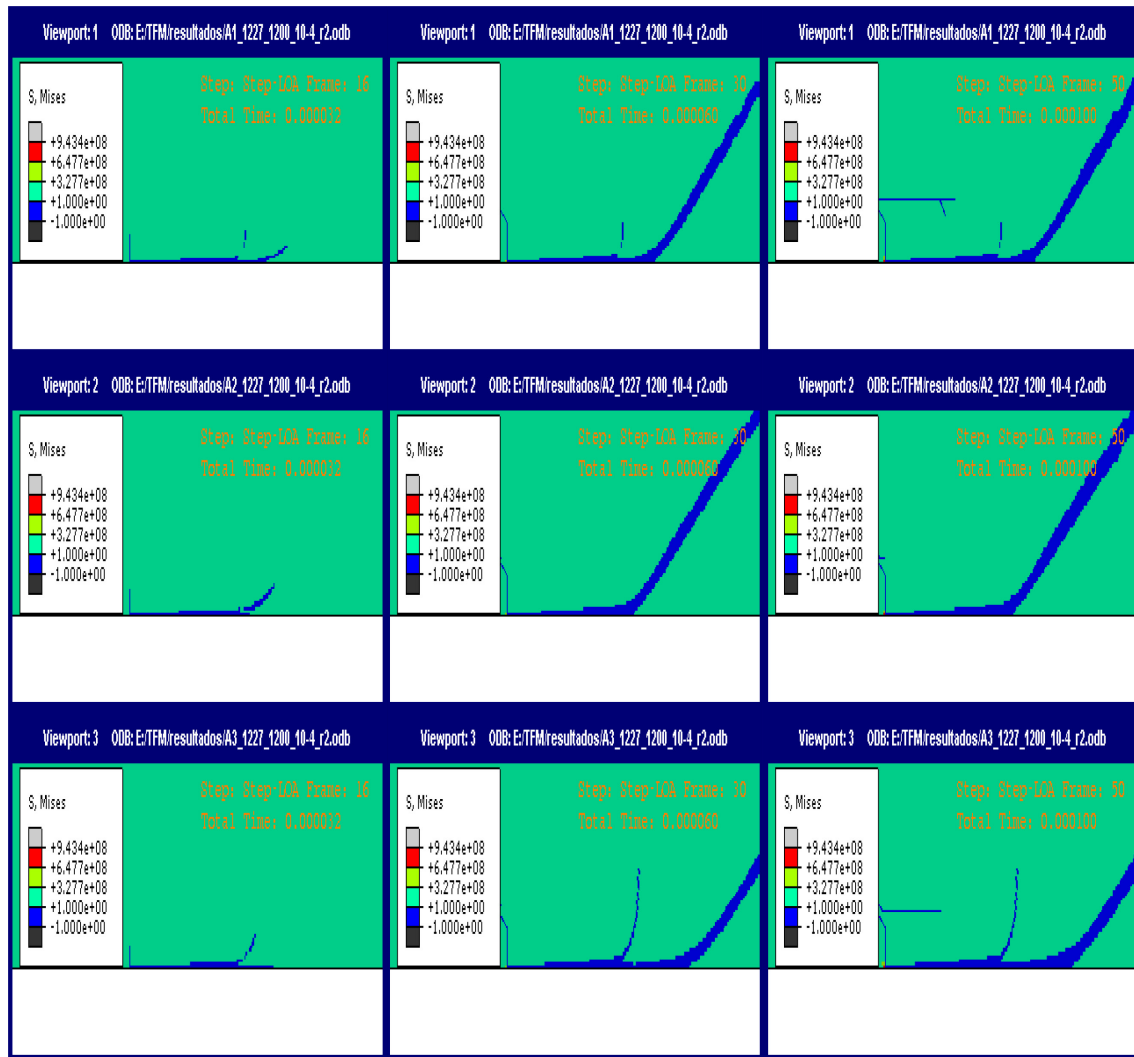


Ilustración 30 Detalle de tensión nula en las fracturas

La ilustración superior, con la misma distribución de fotogramas, muestra el mapa de tensión en la probeta, devolviendo contornos azules para aquellas zonas en las que la tensión es nula, por lo tanto, pese a que para la longitud se ha considerado la rama principal, más grande, sí aparecen pequeñas fisuras pese a que después se cierran por efecto de la carga en la probeta.

Otro punto a destacar es la aparición de unas segundas fisuras horizontales, en un plano superior al de la entalla que surgen desde la frontera de la región con material 'VUMAT', ya que aquí, por la diferencia de material con la región a su izquierda, surgen tensiones espúreas que cizallan los elementos frontera provocando su fallo.

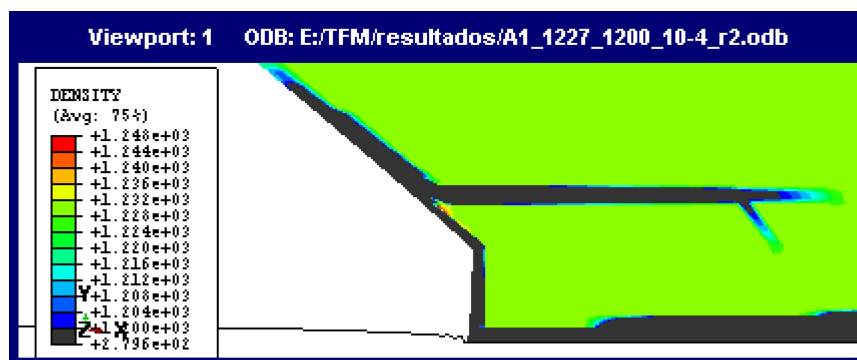


Ilustración 31 Detalle de fractura en la frontera

Si se representan las curvas de velocidad de estos modelos, ilustración inferior, se observa como aparecen grandes inestabilidades que se pueden achacar a la aparición de la ramificación de la fisura y a la carga aplicada. También se observa una caída de la velocidad hacia el final de la curva debido a que se corresponde a elementos más allá del punto de partida de la rama oblicua.

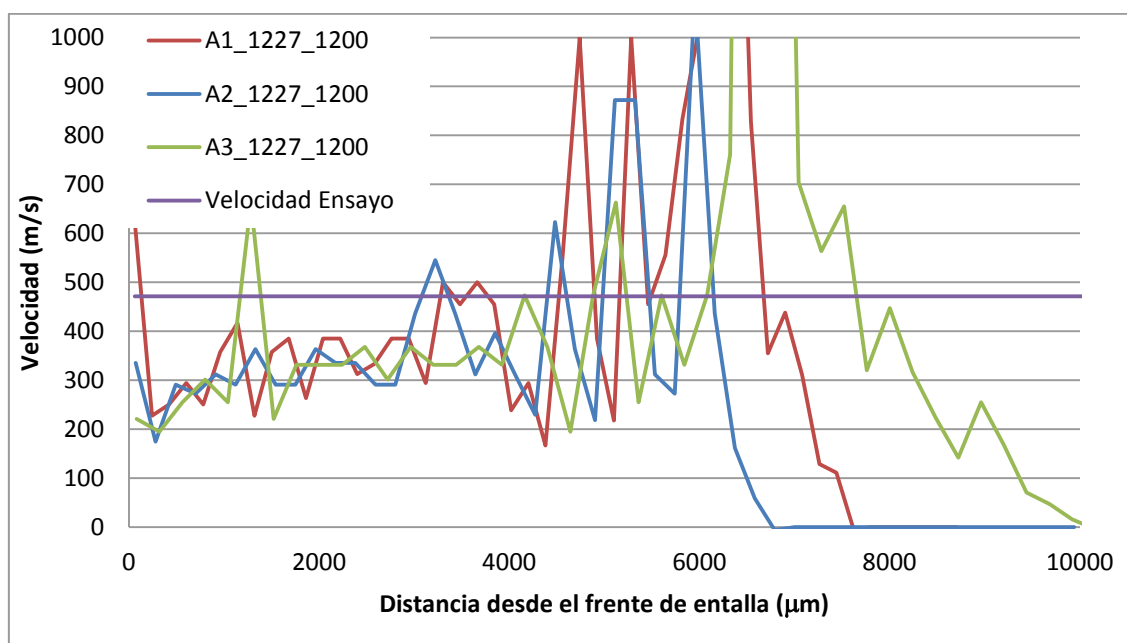


Ilustración 32 Curvas de velocidad para caso de carga de 10.4 MPa

Carga de 15.4 MPa

Tabla 6

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad
15.4 MPa	5 mm	10 μ s	--
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.
A1_1227_1200_15-4_r2	5.34 mm	8 μ s	19'06"
A2_1227_1200_15-4_r2	7.42 mm	10 μ s	13'01"
A3_1227_1200_15-4_r2	7.12 mm	10 μ s	8'42"

Para el caso de 15.4 MPa se han conseguido resultados mucho más próximos a los valores del ensayo, tanto para longitud de fisura como para el instante de inicio de ésta. Cabe destacar que no se tiene constancia de la velocidad en los ensayos para este caso, por lo que se expondrán las curvas de velocidad sin referencia real.

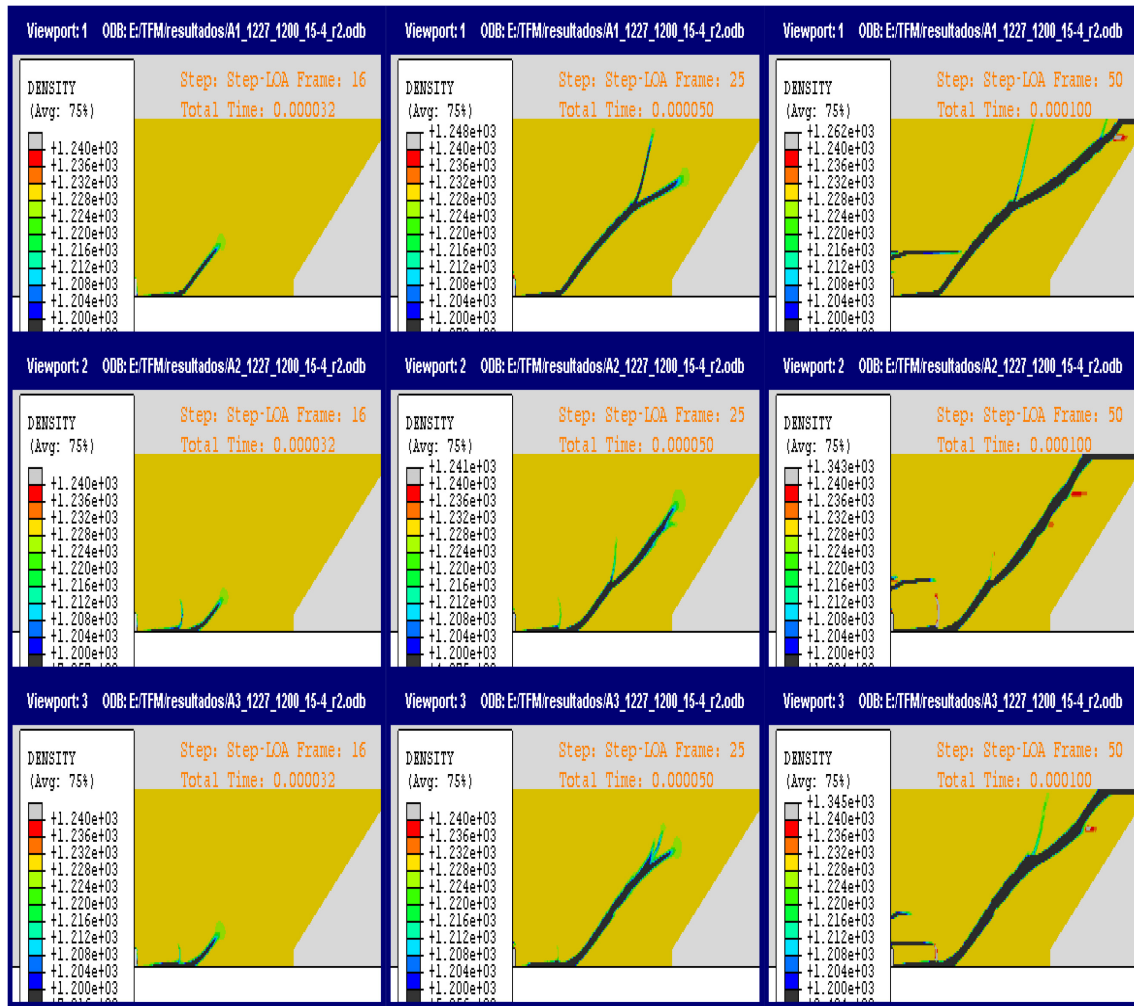


Ilustración 33 Resultados del caso 15.4 MPa

Por filas, de arriba abajo: Casos A1, A2 y A3, por columnas, de izquierda a derecha: instantes 32, 50 y 100 microsegundos. Se aprecian ramificaciones en la grieta y, nuevamente, aparición de las llamadas 'grietas de frontera' en planos superiores al plano de la entalla.

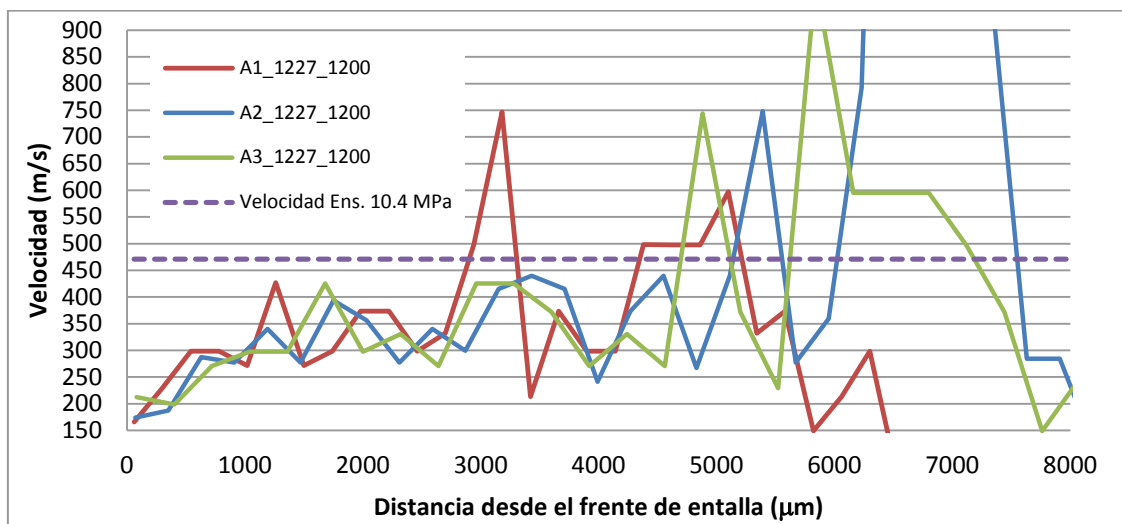


Ilustración 34 Curvas de velocidad para caso de carga de 15.4 MPa

En la Ilustración 33 Resultados del caso 15.4 MPa ha representado en línea discontinua la velocidad del ensayo de 10.4 MPa, obviando las inestabilidades de las 3 curvas a medida que se propaga la grieta, se puede observar como la tendencia en las 3 curvas conllevaría una velocidad sensiblemente menor a los 410 m/s del caso 10.4 MPa y a una hipotética velocidad mayor para el ensayo de 15.4 MPa.

Estudio de la velocidad de propagación en función de ρ_2

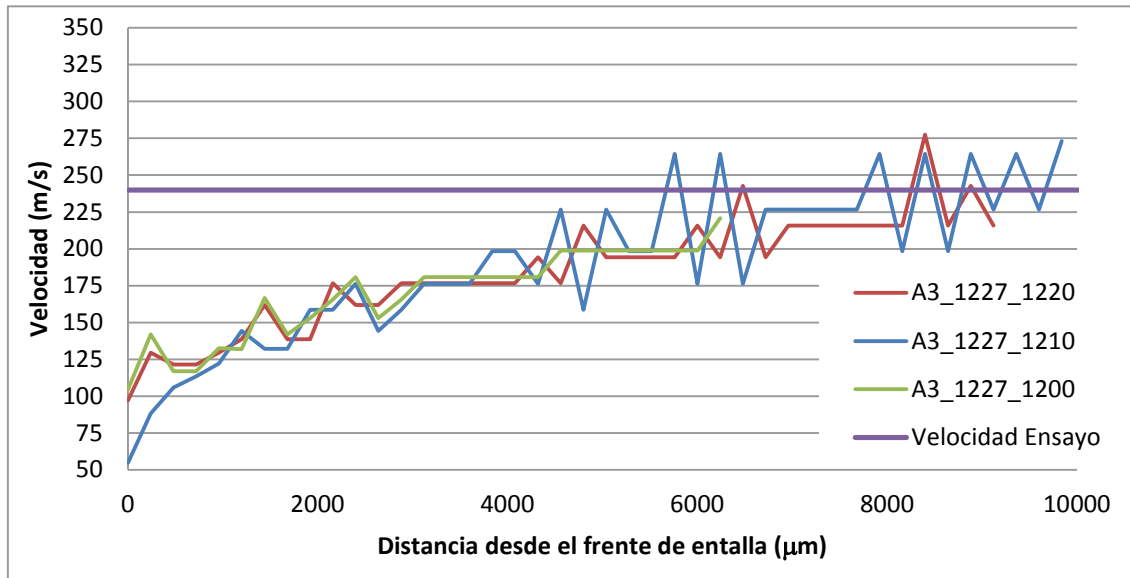


Ilustración 35 Velocidades de propagación en función de ρ_2

Sobre estas líneas está representada la evolución de la velocidad de propagación en función de la variación en la segunda densidad de la subrutina de daño. Se observa que la tendencia en los tres casos es semejante. La curva 'A3_1227_1210' presenta más inestabilidad que las otras dos debido quizás a particularidades matemáticas del modelo de daño. La principal diferencia que se encuentra es que el caso original, 'A3_1227_1200', pese a seguir la misma tendencia hacia la velocidad del ensayo, genera una fisura más corta, debido a una aparición posterior del inicio de la fisura; a mayor diferencia entre ρ_1 y ρ_2 el elemento-celda admite más variación de volumen antes de su fallo.

Por lo tanto, a tenor de los resultados mostrados en la gráfica, la velocidad de propagación puede ser considerada independiente de los parámetros del modelo de daño.

MODELOS BIDIMENSIONALES DE FONDO DE ENTALLA CIRCULAR. SERIE 'B'

Uno de los aspectos a investigar en este trabajo era la influencia del diseño de la entalla en el comportamiento del modelo. En esta serie se diseñaron tres fondos de entalla circulares de distinto radio; teniendo en cuenta el equipo de mecanización más común en un laboratorio de ensayos, se seleccionaron tres radios próximos a espesores de sierras circulares: 0.1, 0.25 y 0.5 milímetros.

Calibración de ρ_1

Aplicando el método de calibración al elemento crítico de la entalla, que se encuentra en el plano de la entalla. Los resultados conseguidos son los siguientes:

Tabla 7

Modelo	B01_C_C_1-1_r2-1	B025_C_C_1-1_r2-1	B05_C_C_1-1_r2-1
ρ_1 (Kg/m ³)	1228	1228	1229

Calibración de ρ_2

Tabla 8

Modelo	t_f (μ s)	L (mm)	Tiempo de Comput.
B01_1228_1150_1-1_r2-1	70	3.9	15'43"
B01_1228_1200_1-1_r2-1	38	13.4	15'43"
B025_1228_1150_1-1_r2-1	74	3.3	16'01"
B025_1228_1200_1-1_r2-1	42	13.1	15'52"
B05_1229_1150_1-1_r2-1	62	3.9	15'41"
B05_1229_1200_1-1_r2-1	34	14.9	15'27"
Ensayo	t_f (μ s)	L (mm)	v (m/s)
1.1 MPa	56	∞	240

La principal diferencia que se aprecia al variar ρ_2 radica en el instante de inicio de la fisura y la longitud de ésta. Un valor intermedio entre 1150 y 1200 (Kg/m³) podría proporcionar un instante de inicio de fractura más aproximado. Si extrapolamos los resultados de la Ilustración 35 *Velocidades de propagación en función de ρ_2* , ρ_2 no afectará a la velocidad de propagación, con lo cual t_f y L serán las variables que determinen los valores más adecuados para el modelo de daño.

Lamentablemente, el concepto de fisura 'infinita' expresado en el ensayo impide determinar la longitud que se alcanzaba a los 100 microsegundos y poder contrastar con la longitud aquí alcanzada. En dicho caso, si para 5.5 MPa se alcanza una fisura de aproximadamente 20 mm, los 3 mm que se obtienen con P=1.1 MPa y ρ_2 =1150 Kg/m³ se puedan prever una longitud escasa para los casos de mayor carga. Se hace necesario contrastarla para los valores de carga superior, donde sí está definida la longitud alcanzada por la fisura horizontal.

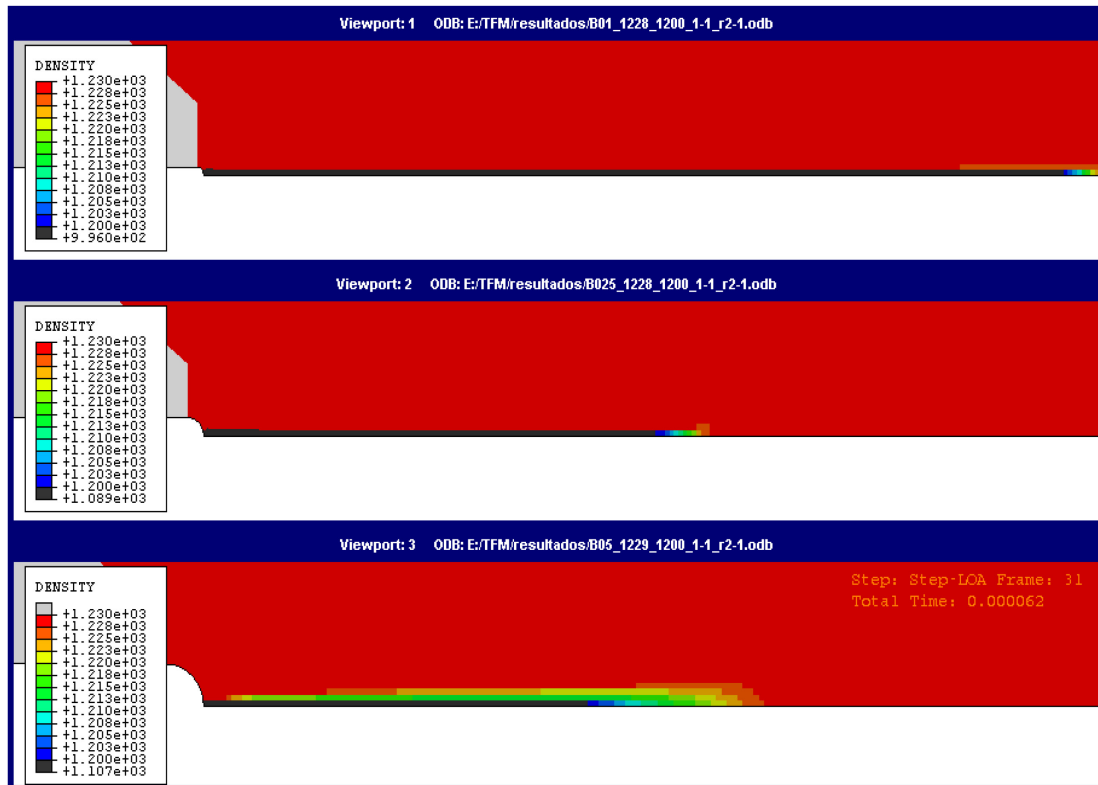


Ilustración 36 Comparativa de fisura para los distintos radios de entalla

Se empieza a vislumbrar que, pese a que se represente mediante el método 'Quilt' (que representa los mapas de resultados en función del valor de cada elemento), aparece una región circundante a la fisura más ancha en el caso de mayor radio de entalla y mayor ρ_1 .

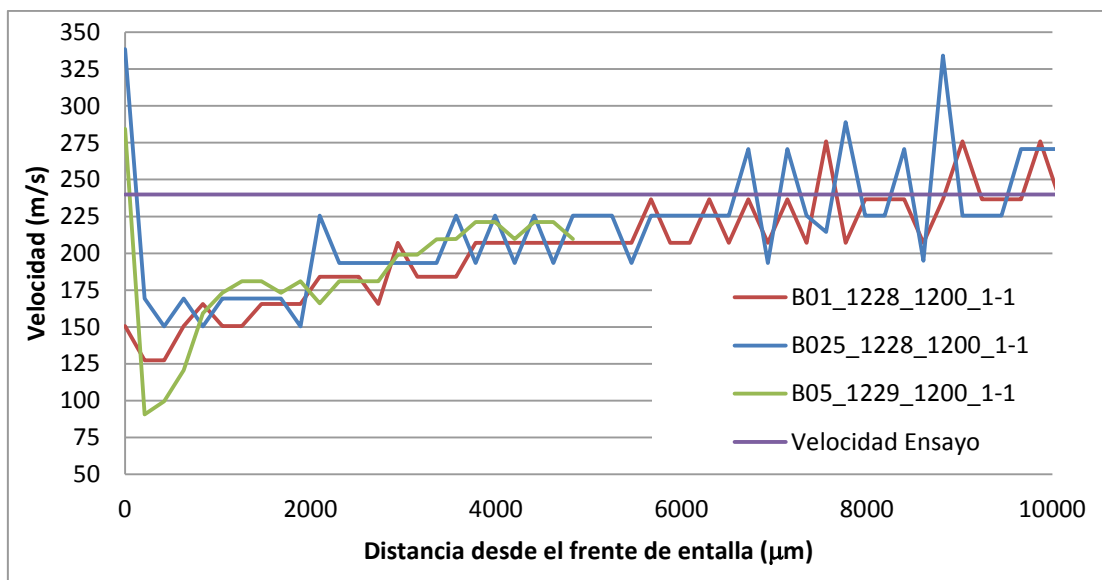


Ilustración 37 Curvas comparativas del caso 1.1 MPa según el radio de la entalla

Volvemos a tener una tendencia común para los tres modelos, independiente del radio de la entalla, inclusive para el caso 'B05' con distinto valor de ρ_1 . Además se observa que se alcanza una buena adecuación de la velocidad de fractura en los tramos finales de las fisuras, por lo tanto se reafirma la elección de 1200 Kg/m³ como valor de ρ_2 .

Carga de 5.5 MPa

Tabla 9

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad
5.5 MPa	20 mm	18 μ s	410 m/s
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.
B01_1228_1200_5-5_r2	6.9 mm	14 μ s	17'40"
B025_1228_1200_5-5_r2	6.7 mm	16 μ s	17'24"
B05_1229_1200_5-5_r2	5.8 mm	18 μ s	16'02"

En esta serie de caso se han obtenido valores de inicio de fisura muy próximos al valor del ensayo, inclusive, para el caso de radio de entalla de 0.5 milímetros se ha conseguido alcanzar el instante del ensayo, 18 microsegundos.

Sin embargo, la longitud de fisura horizontal, a pesar de ser muy parecida en los tres casos, son valores muy alejados del valor experimental, en torno a tres veces menor. Además se observa una fisura en general muy gruesa, esto es que una región muy amplia de elementos se ven comprometida por la subrutina de daño.

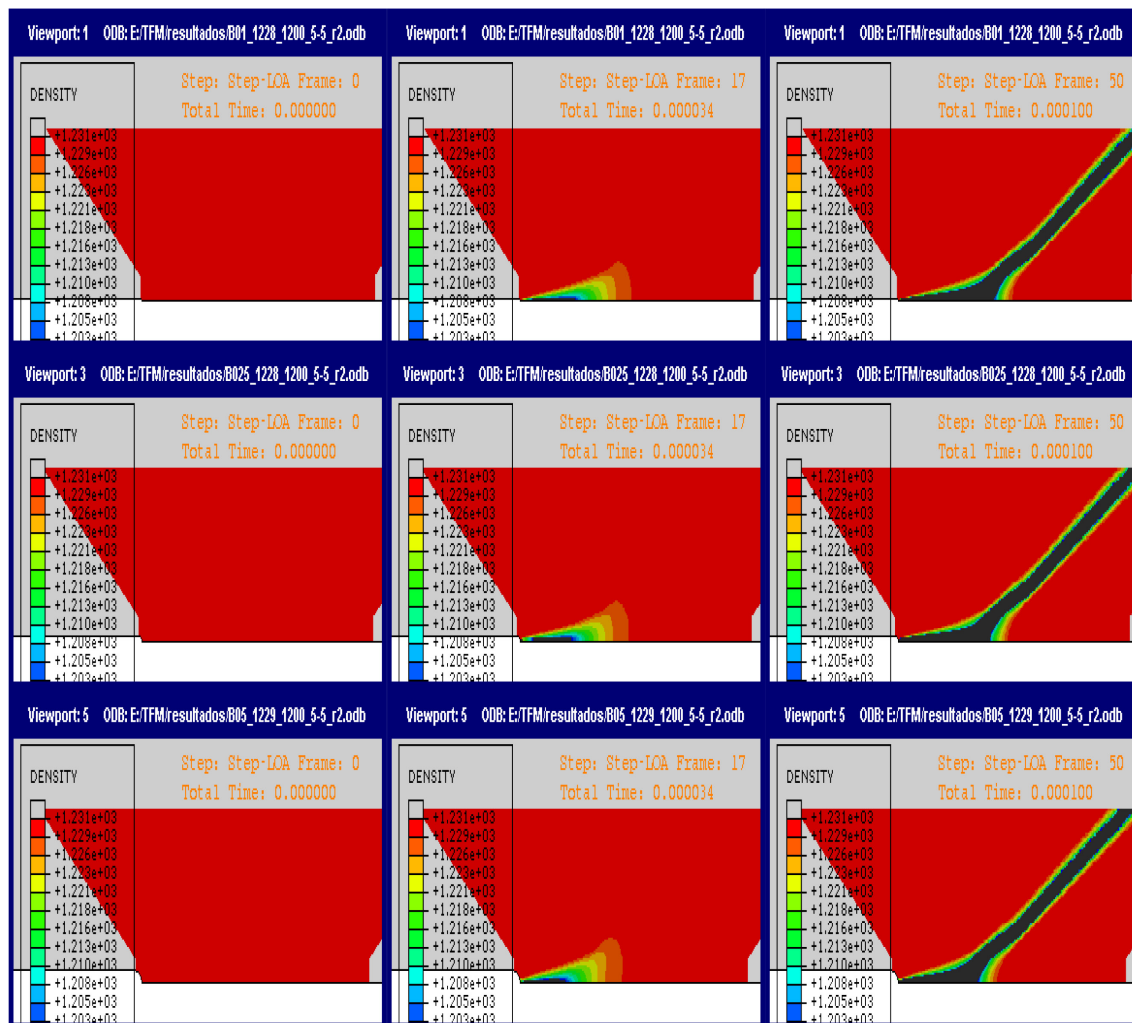


Ilustración 38 Comparativas del caso de 5.5 MPa según el radio de la entalla

En cuanto a velocidades alcanzadas por la simulación, la gráfica queda como sigue:

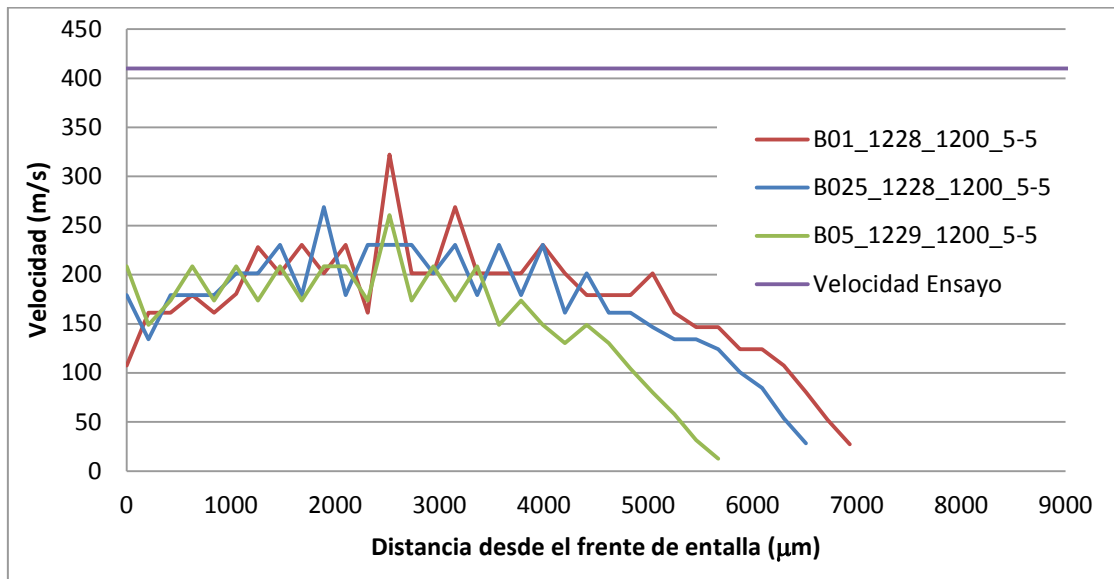


Ilustración 39 Curvas de velocidad para las simulaciones de la clase 'B' para 5.5 MPa

Se vuelve a repetir el hecho de que las tres curvas comparten tendencia pero, sin embargo, se observa claramente como en las tres simulaciones están muy lejos de la velocidad de ensayo, cayendo la velocidad una vez que ya ha ramificado la fisura.

Carga de 10.4 MPa

Tabla 10

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad
10.4 MPa	14 mm	15 μ s	457 m/s
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.
B01_1228_1200_5-5_r2	5.3 mm	10 μ s	18'45"
B025_1228_1200_5-5_r2	4.9 mm	12 μ s	18'40"
B05_1229_1200_5-5_r2	4.2 mm	14 μ s	16'16"

Nuevamente se consiguen resultados bastante próximos al instante al inicio de fisura y resultados muy alejados respecto a la longitud de la fisura antes de ramificar.

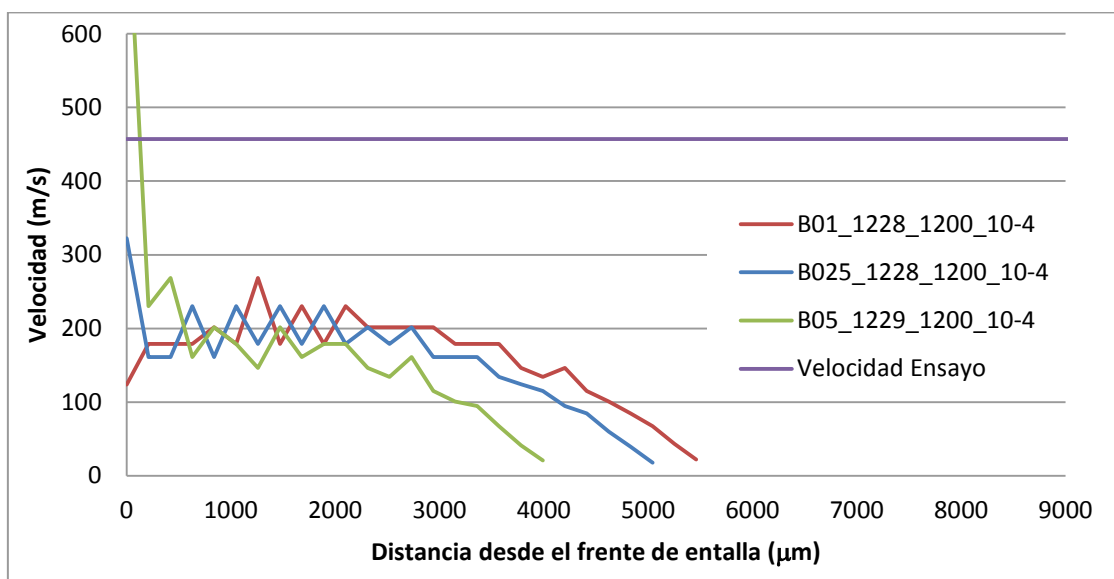


Ilustración 40 Comparativas de curvas de la serie 'B' para el caso 10.4 MPa

Nuevamente conseguimos una pobre respuesta, misma tendencia en los tres casos, muy inferior a la velocidad del ensayo. Si acaso destacar la rotura casi simultánea de los elementos cercanos al extremo de la entalla para el caso 'B05', que se representa por una alta velocidad inicial.

Carga de 15.4 MPa

Debido a los resultados obtenidos en los casos 5.5 y 10.4 MPa, se hace a todas luces innecesario mostrar los resultados del caso 15.4 MPa. Se ofrece tabla ilustrativa de la repetibilidad de los resultados anteriores.

Tabla 11

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad
15.4 MPa	5 mm	10 μ s	--
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.
B01_1228_1200_5-5_r2	4.2 mm	8 μ s	18'28"
B025_1228_1200_5-5_r2	3.1 mm	10 μ s	18'54"
B05_1229_1200_5-5_r2	2.9 mm	12 μ s	16'52"

Si bien no se poseían las dimensiones del extremo de la entalla reales para ser reproducido aquí, la serie de simulaciones con extremo de entalla redonda ha permitido observar que pueden reproducir con gran precisión el instante de iniciación de daño, si bien sólo ocurre para los casos en los que se esperaba ramificación de la fisura, y en esos casos la longitud de la fisura suele ser mucho menor al ensayo comparable. Por otro lado, si se espera una fisura infinitamente horizontal, entonces se observa una pérdida de precisión en el instante de daño a cambio de una evolución de la velocidad notable y una longitud para 100 microsegundos (13 milímetros aproximadamente) muy próxima a los ensayos comparables de la serie 'A'.

MODELOS BIDIMENSIONALES DE ENTALLA CUADRADA. SERIE 'C'

Esta serie de modelos responden más a una curiosidad ingenieril por la respuesta del modelo a singularidades esperables.

Se diseñaron modelos con el extremo de la entalla cuadrado, lo que facilitaba el mallado pero genera concentración de tensiones en la esquina superior de la entalla. Por este motivo se esperaba que la subrutina de daño fuese capaz de generar una fisura que comenzara desde la esquina. Estos son los resultados obtenidos:

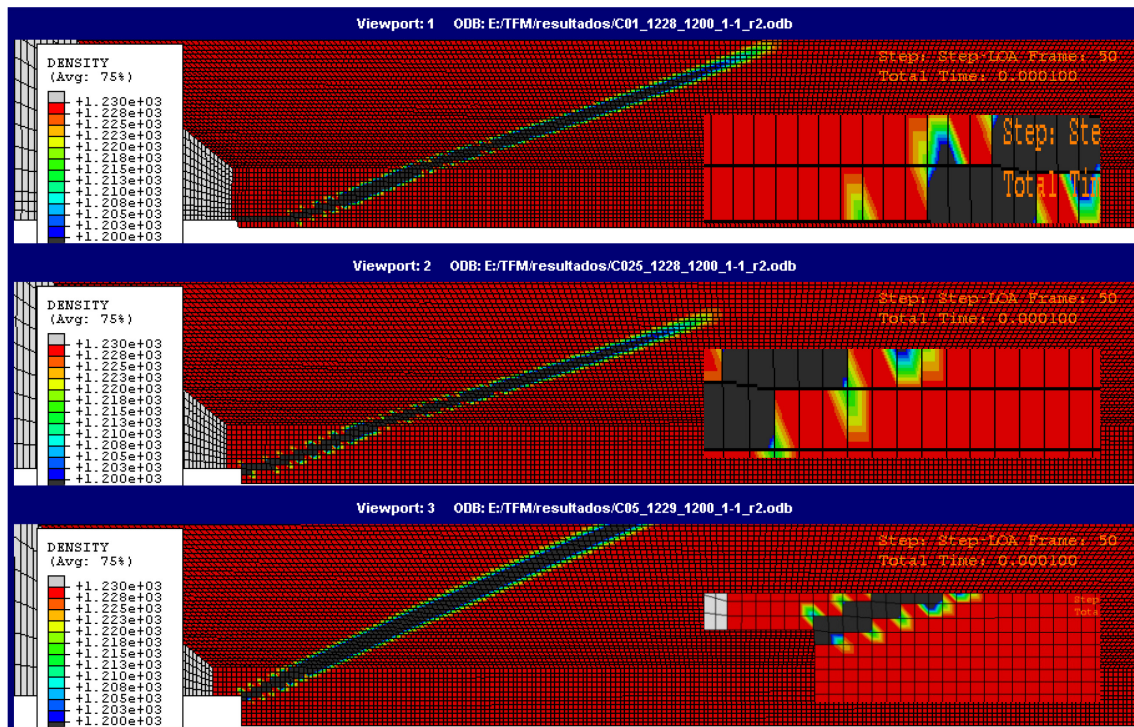


Ilustración 41 Fisura para el caso 1.1 MPa y extremo de entalla cuadrado

Iniciación en la esquina y propagación oblicua, se observa el detalle de que la orientación de la malla afecta levemente a la dirección de propagación; en el caso 'C01', el primero por arriba, se observa una pequeña propagación horizontal (aproximadamente 0.9 milímetros) que se puede achacar a que el ancho de la entalla equivale al alto de la fila de elementos, favoreciendo su propagación en esa dirección.

MODELOS TRIDIMENSIONALES DE ENTALLA PLANA. SERIE 'D'

Tomando alguna de las conclusiones adoptadas en apartados anteriores, se ha procedido a diseñar modelos de simulación en tres dimensiones, en concreto con entalla plana, semejante a los modelos en dos dimensiones de la serie 'A'.

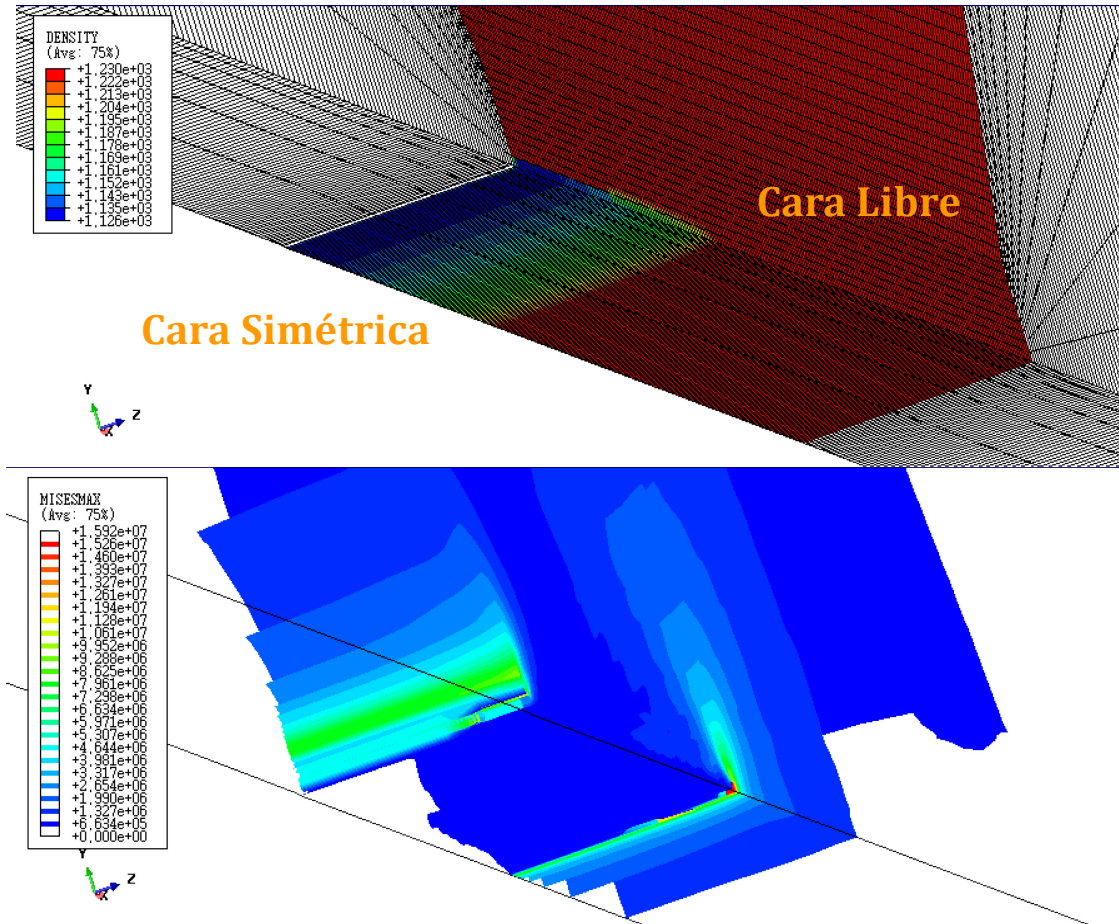


Ilustración 42 Ejemplo de densidad y tensión para modelos de la serie 'D'

Calibración de ρ_1

Atendiendo a la dinámica de fractura y la experimentación asociada, la fisura comienza en el interior de la probeta, aproximadamente a la mitad del espesor para luego propagarse hacia afuera, dibujando una especie de lengua, por lo tanto, se analizan los elementos del interior (la cara con simetría en el plano XY, perpendicular a la entalla) para ver qué densidad alcanzan a los 56 microsegundos, instante de inicio de fractura del caso 1.1 MPa.

Tabla 12

Modelo	D1_C_C_1-1_r1	D2_C_C_1-1_r1
$\rho_1(\text{Kg/m}^3)$	1227	1227

Se observa que el valor de la primera densidad coincide independientemente del número de elementos en espesor.

Calibración de ρ_2

Se estudian primero los modelos 'D1', con seis elementos en espesor, variando los valores de la densidad de fallo, o densidad segunda, entre 1200, 1210 y 1220 Kg/m³.

Tabla 13

Modelo	$t_r(\mu s)$	L. cara libre	Tiempo de Comput.
		L. plano simetría	
D1_1227_1200_1-1_r2-1	56	4.4 mm	1h19'23"
		4.6 mm	
D1_1227_1210_1-1_r2-1	48	6.0 mm	1h19'58"
		6.3 mm	
D1_1227_1220_1-1_r2-1	28	8.5 mm	1h19'33"
		8.8 mm	
Ensayo	$t_r(\mu s)$	L (mm)	v (m/s)
1.1 MPa	56	∞	240

En vista de la Tabla 13, se observa que el caso 'D1_1127_1200_1-1_r2-1' consigue reproducir el instante de inicio de la fractura del ensayo, mientras que el modelo con $\rho_2=1220$ kg/m³ se encuentra muy alejado, comenzando a fisurar en 28 milisegundos.

Por otro lado, se observa una divergencia en las longitudes de fisura horizontal, siendo mucho mayor la alcanzada en el caso con $\rho_2=1220$ kg/m³ que el caso con $\rho_2=1200$ kg/m³. Se han indicado las longitudes que alcanza la fisura por el plano de simetría y por la superficie libre. En los tres modelos se observa una diferencia de cota de entre 2 y 3 décimas de centímetro. Si esto se compara con su equivalente en dos dimensiones, el caso A1_1227_1200_1-1_r2, se observa que en estos casos tridimensionales se consiguen longitudes menores que aquél, que alcanzaba los 13 milímetros. Esto hace prever una velocidad de fractura sensiblemente baja.

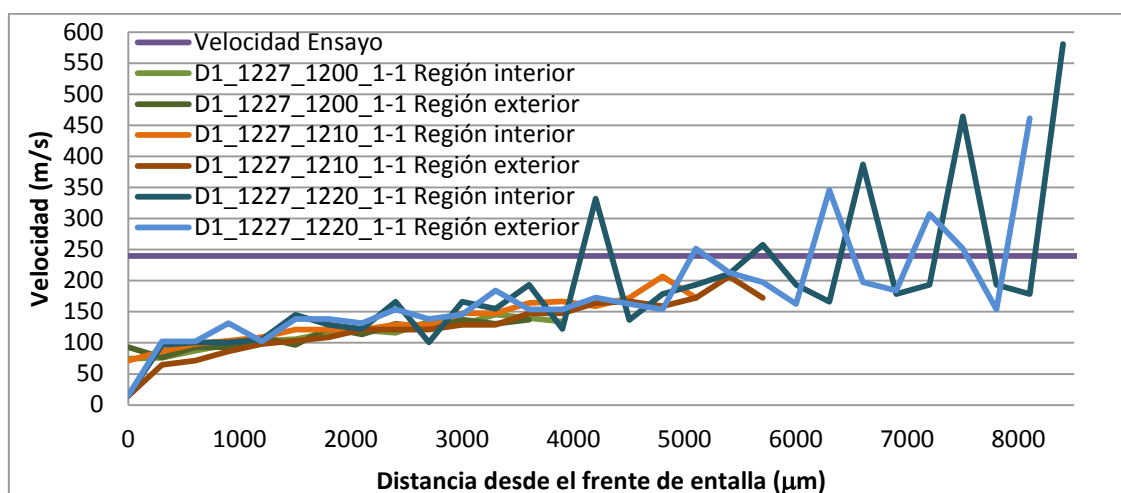


Ilustración 43 Comparativa de curva de velocidad para la serie 'D1' y 1.1 MPa de carga

Comparando los modelos, se detecta que hace falta calibrar ρ_2 al menos hasta los 1210 Kg/m³ para alcanzar valores de velocidad comparables al del ensayo. Si bien la tendencia es semejante independientemente de ρ_2 , como ya se comprobó, salvo el modelo con $\rho_2=1220$ Kg/m³, los otros no tienen ocasión de alcanzar la velocidad de propagación. Además se observa que la velocidad en la cara de simetría como en la cara libre son semejantes, pese a que en todos los casos se repite el hecho de que la fisura alcanza más profundidad en el interior.

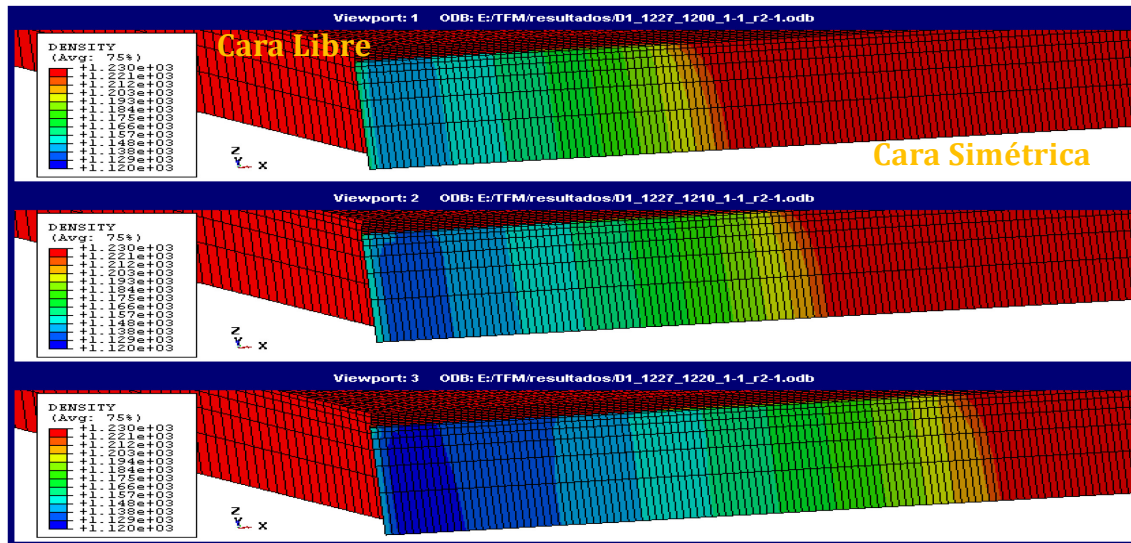


Ilustración 44 Detalle de las regiones fisuradas en los modelos 'D1' para el caso 1-1

Y mirándolo desde el prisma de tensiones:

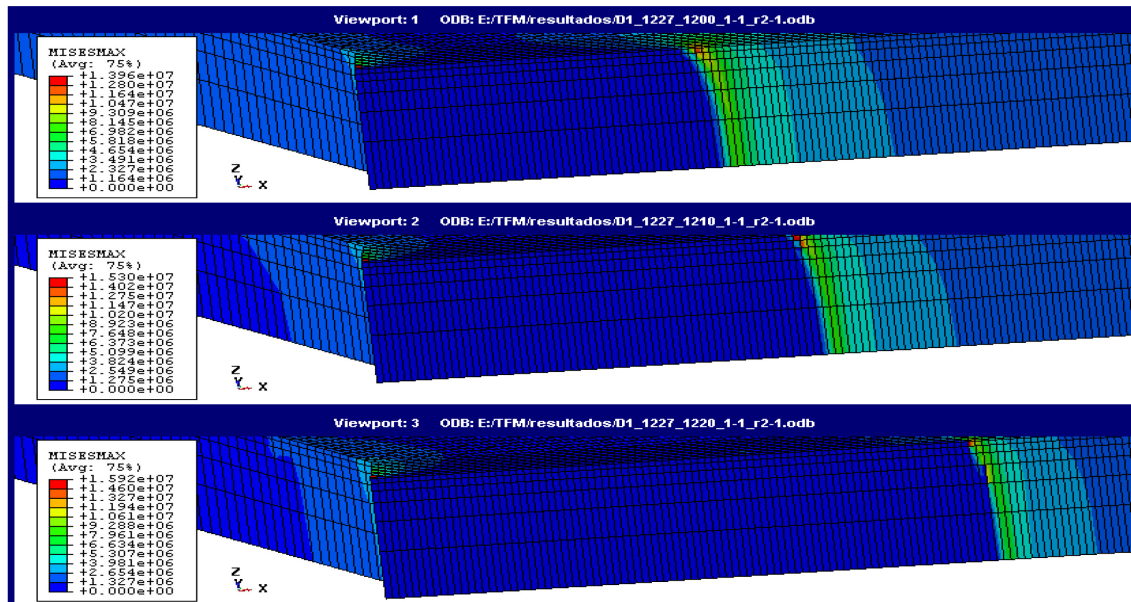


Ilustración 45 Detalle de tensión en la región de la fisura para modelos 'D1' y serie 1.1 MPa

Se aprecia cómo barre un frente de tensión en los elementos que aún no han fallado, dejando detrás una región de elementos con tensión nula, que recrean la fisura.

Carga de 5.5 MPa

Sin poder establecer una diferenciación rotunda entre los modelos 'D1' expuestos en el apartado anterior, se procede a ofrecer la comparativa del caso 'D1_1227_1220' para los diversos casos de carga.

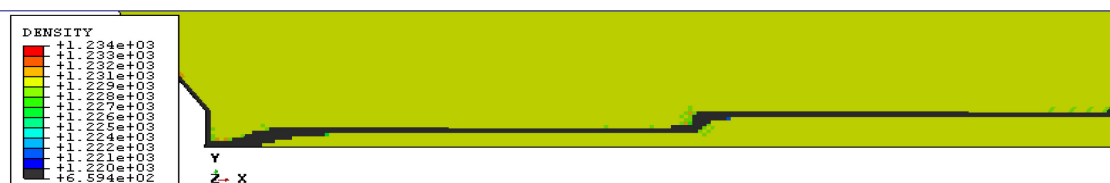


Ilustración 46 Fisura del caso D1_1227_1220_5-5_r2-1

Salta a la vista que la desviación de la fisura ocurre rápidamente, 1.3 milímetros antes de desviarse, aunque luego continúa horizontal en un nivel por encima del plano de la entalla. También se observa que vuelven a aparecer fisuras de frontera, a la izquierda de la imagen, en vertical al punto de iniciación de la fisura.

Tabla 14

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad
5.5 MPa	20 mm	18 μ s	410 m/s
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.
D1_1227_1220_5-5_r2-1	1.3 mm	12 μ s	2h29'51"
D1_1227_1210_5-5_r2-1	∞	16 μ s	1h24'56"
D1_1227_1200_5-5_r2-1	∞	18 μ s	1h35'05"

Sin embargo, en los modelos con ρ_2 igual a 1210 y 1200 Kg/m³, se produce una fisura horizontal para toda la longitud de la región con modelo de daño, 22 milímetros, superando por tanto la longitud de fisura del ensayo real. Recordando los resultados de los modelo comparables en dos dimensiones, éstos no alcanzaban más de 14 milímetros, menos que el resultado del ensayo, luego estos resultados no están excesivamente alejados del resultado real.

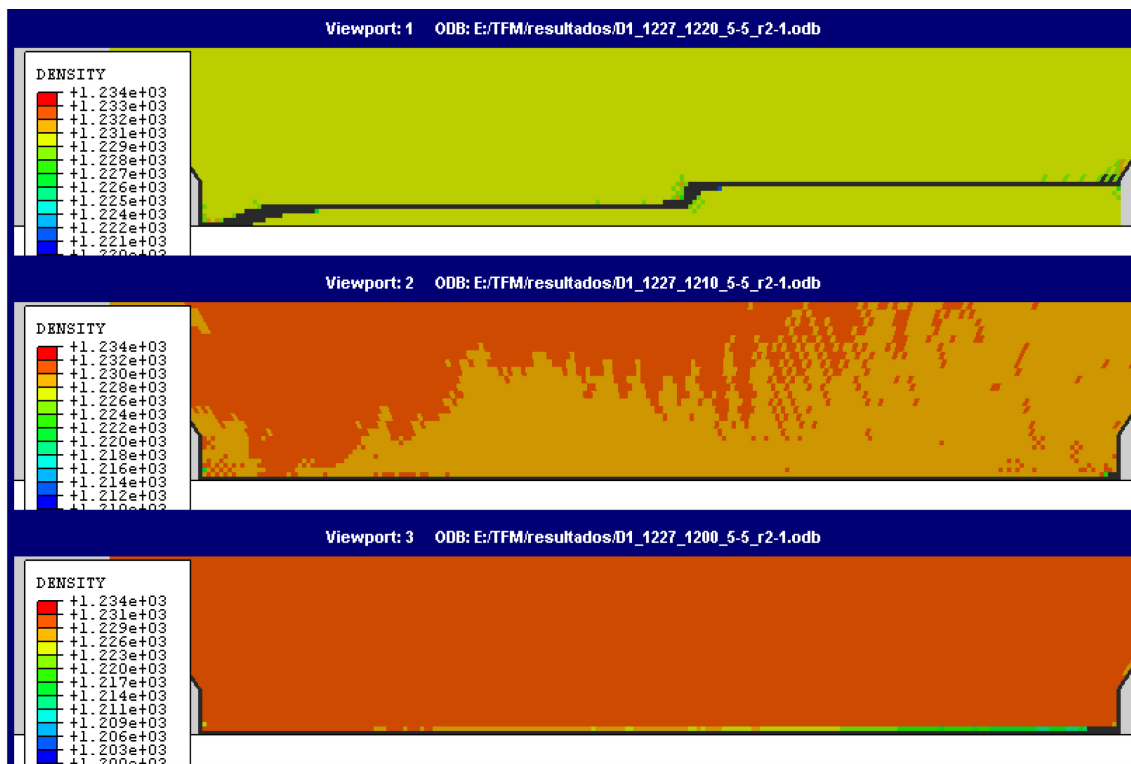


Ilustración 47 Comparativa de fisuras de la serie 'D1' para el caso 5.5 MPa

Por otra parte, si se comparan las curvas de velocidad de los tres modelos, se observa que la tendencia del modelo con $\rho_2=1210$ Kg/m³ da una velocidad superior a la del ensayo y, en cambio, la tendencia del modelo con $\rho_2=1200$ Kg/m³ se ajusta bastante al valor de la velocidad del ensayo. Quedando finalmente las curvas de velocidad del modelo con $\rho_2=1220$ Kg/m³, que son insuficientes para hacer una valoración del mismo.

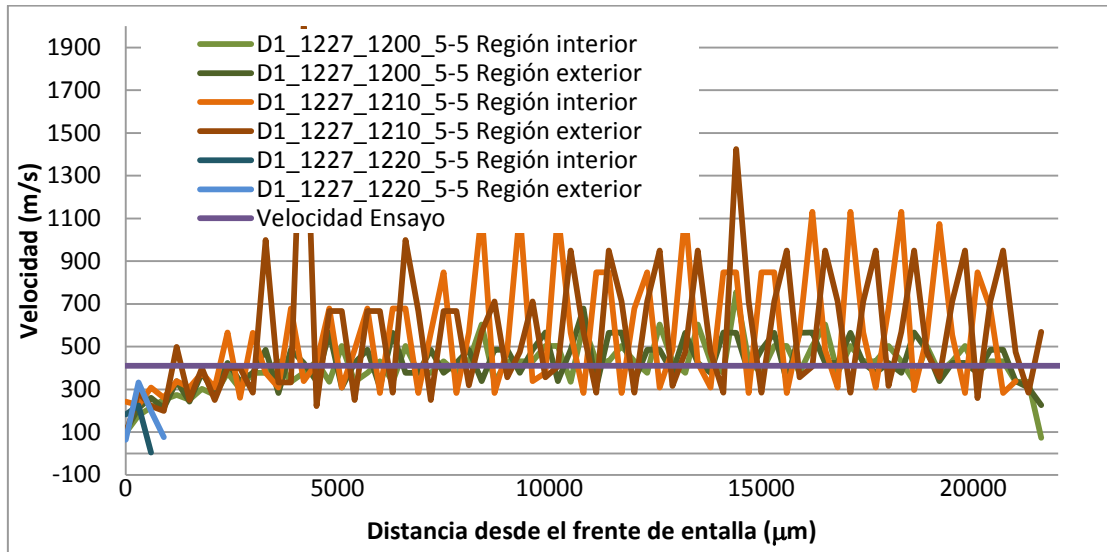


Ilustración 48 Curvas de velocidad de la serie 'D1' para el caso 5.5 MPa

Carga de 10.4 MPa

Tabla 15

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad
10.4 MPa	14 mm	15 μ s	457 m/s
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.
D1_1227_1220_10-4_r2	0.9 mm	10 μ s	2h23'33"
D1_1227_1210_10-4_r2	17.9 mm	12 μ s	2h01'08"
D1_1227_1200_10-4_r2	12 mm	14 μ s	1h33'34"

Con estos primeros resultados para el caso 10.4 MPa se pueden extraer la siguiente conclusión: la configuración '1227_1220' no funciona correctamente, define un material excesivamente quebradizo, que ramifica su fisura rápidamente, además es la configuración que más se aleja del inicio de fisura del ensayo y suele registrar los mayores tiempos de cálculo.

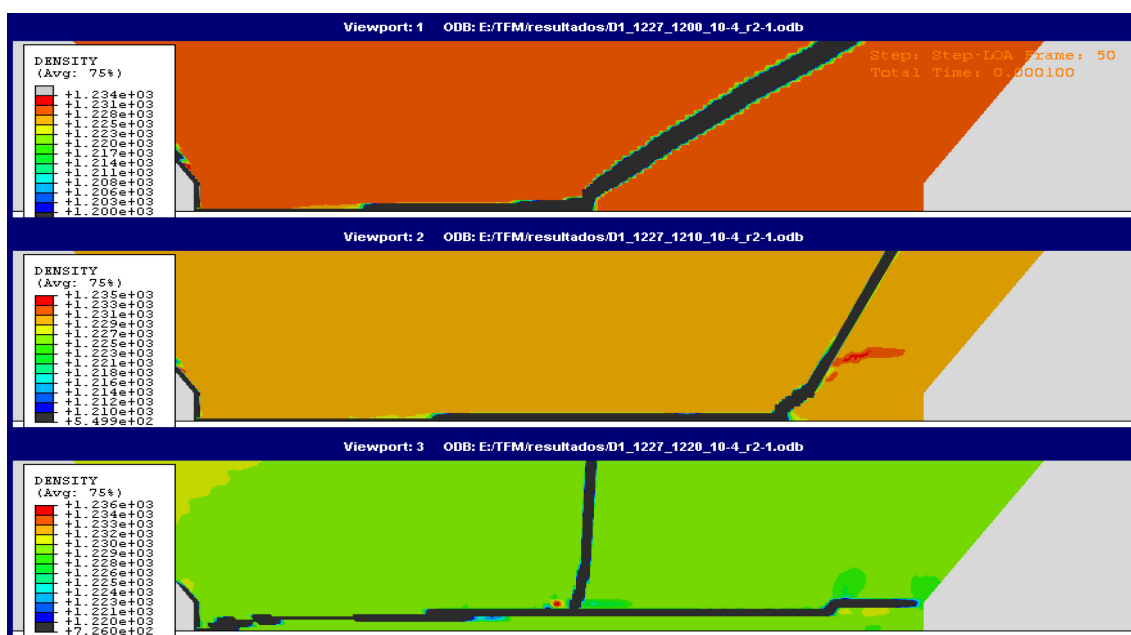


Ilustración 49 Comparativa de fisuras para la serie 'D1' y el caso 10.4 MPa

Observando los resultados de los modelos '1200' y '1210' de este caso, se observa que divergen en la longitud horizontal alcanzada principalmente; aparte, la ramificación en el modelo '1210' sigue la dirección de la malla en esa región.

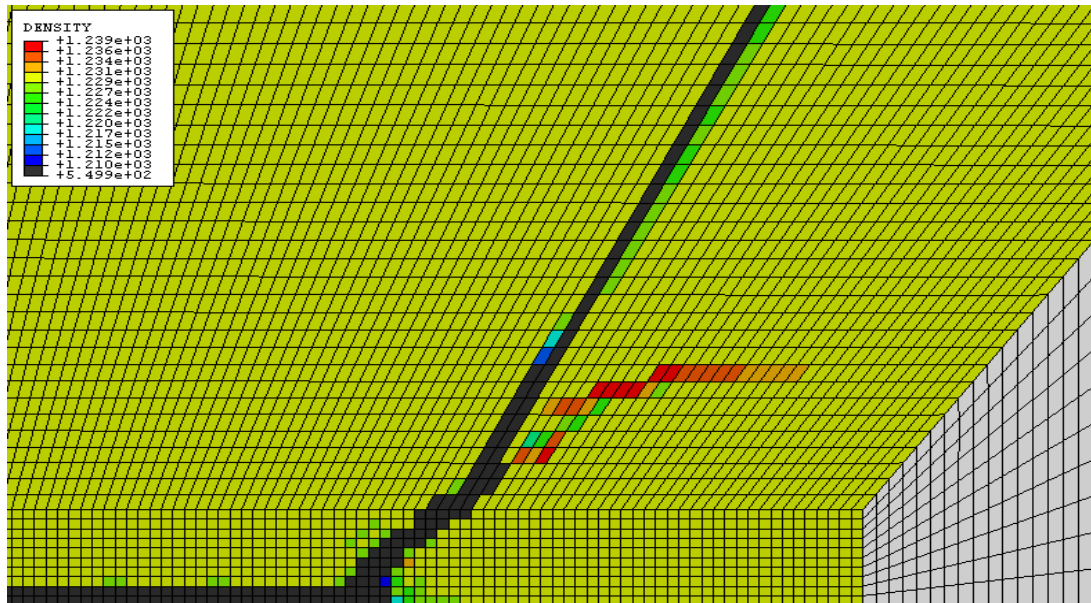


Ilustración 50 Detalle de la propagación de fisura para el modelo 'D1_1227_1210_10-4_r2-1

Por otra parte, hay que destacar un detalle que devuelve el modelo '1210' en cuanto a la formación de las ramificaciones.

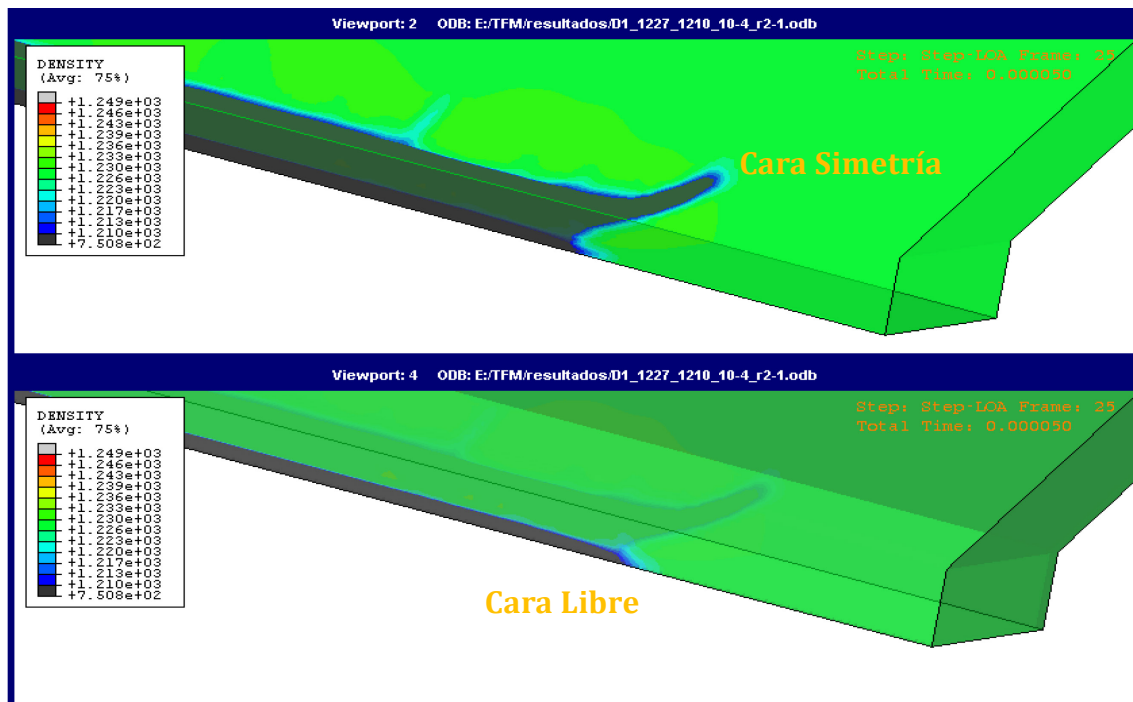


Ilustración 51 Detalle del fenómeno de bifurcación de la fisura

Estas dos imágenes representan la cara simétrica (arriba) y libre (abajo) de la probeta, en el mismo instante. Se puede apreciar cómo en momentos de ramificación, parte de la fisura avanza en la dirección original, mientras que el resto cambia la dirección, dándose el caso de bifurcaciones. Es un evento que no puede reproducirse en dos dimensiones, reforzando la necesidad de emplear esta metodología de simulación en tres dimensiones.

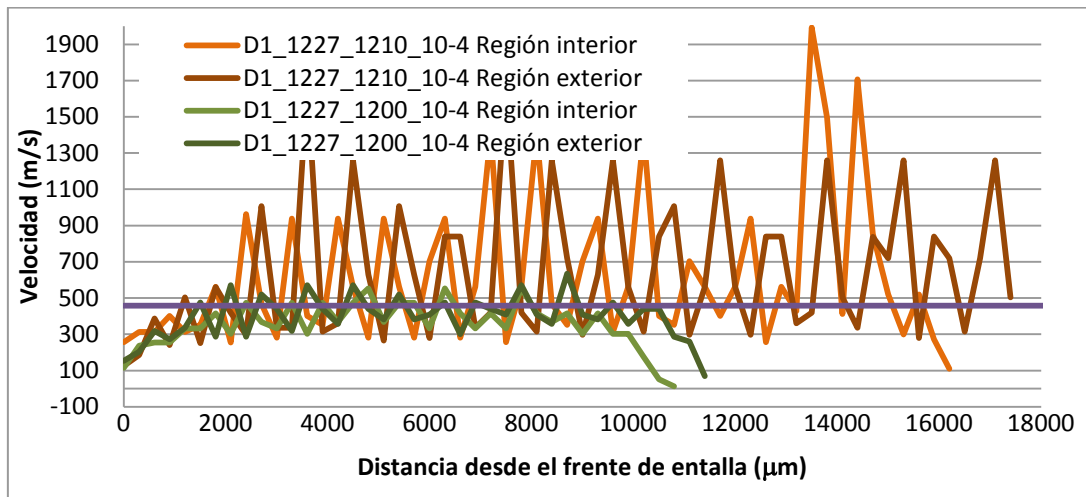


Ilustración 52 Comparativa de curvas de velocidad de la serie 'D1' para el caso 10.4 MPa

Se han ignorado las curvas de velocidad para el modelo 1220 Kg/m³ según la experiencia recogida del caso 5.5 MPa. Se observa que se repite el hecho de que la tendencia para 1210 Kg/m³ es superior a la velocidad del ensayo, mientras que el modelo de 1200 Kg/m³ se ajusta con bastante precisión.

Carga de 15.4 MPa

Tabla 16

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t _f	Velocidad
15.4 MPa	5 mm	10 μs	--
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t _f	Tiempo de comp.
D1_1227_1200_15-4_r2	8.8 mm	10 ms	1h31'49"
D1_1227_1210_15-4_r2	11.1 mm	10 ms	2h42'10"
D1_1227_1220_15-4_r2	11.3 mm	8 ms	2h31'10"

A la vista de los resultados se observa una divergencia notable en la longitud de fisura simulada por los modelos y la obtenida en el ensayo real. Por otra parte, el instante de inicio de la fisura ha sido reproducido con acierto en términos generales. Y por último, el modelo '1220' ha evitado esta vez reproducir rápidas ramificaciones de la fisura, como se aprecia en la siguiente imagen:

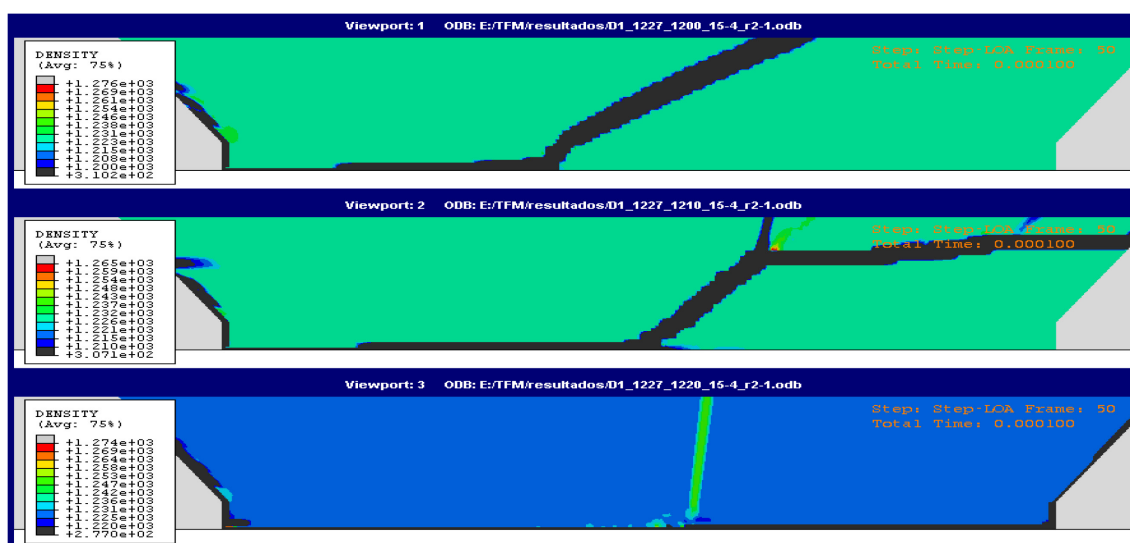


Ilustración 53 Comparativa de fisuras la serie 'D1' para el caso 15.5 MPa y 100 microsegundos

Nuevamente se da el fenómeno de bifurcación, para los modelos '1210' y '1220'. A continuación se ilustra la bifurcación en el modelo '1210'.

La bifurcación ocurre al final de la fisura horizontal, ilustración 54, de izquierda a derecha: Se observa que aparece la ramificación por la cara libre, mientras que por la de simetría la fisura horizontal prosigue, dando lugar a una interrupción de la fisura horizontal justo en la arista; después, se propagan las dos fisuras, la horizontal sin ocupar todo el espesor; finalmente, la arista oblicua continúa mientras que la horizontal no, esto se refleja porque la huella negra remite, aumenta la densidad en esa región aunque, como se dijo, eso no supone que el elemento no haya fallado y éste es incapaz de registrar tensiones distintas a cero.

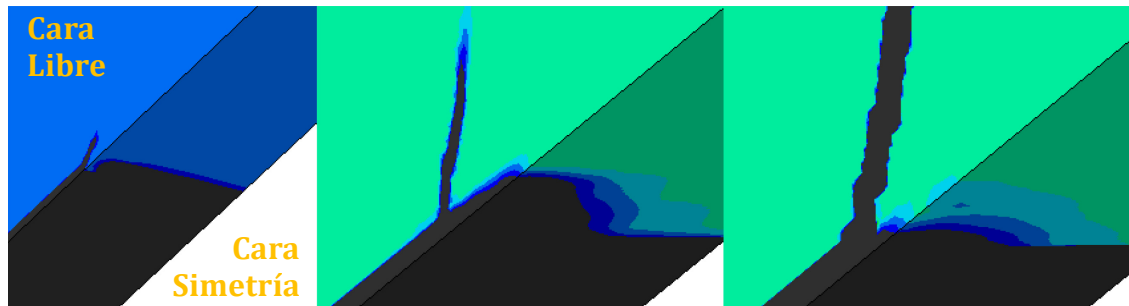


Ilustración 54 Bifurcación en la fisura del caso 'D1_1227_1210_15-4_R2-1'

En el segundo grupo de imágenes, Ilustración 55 ' se observa la bifurcación de la fisura con otra técnica de post-procesado, mediante valores de tensión. Aquí se aprecia aún mejor cómo se detiene la propagación horizontal.

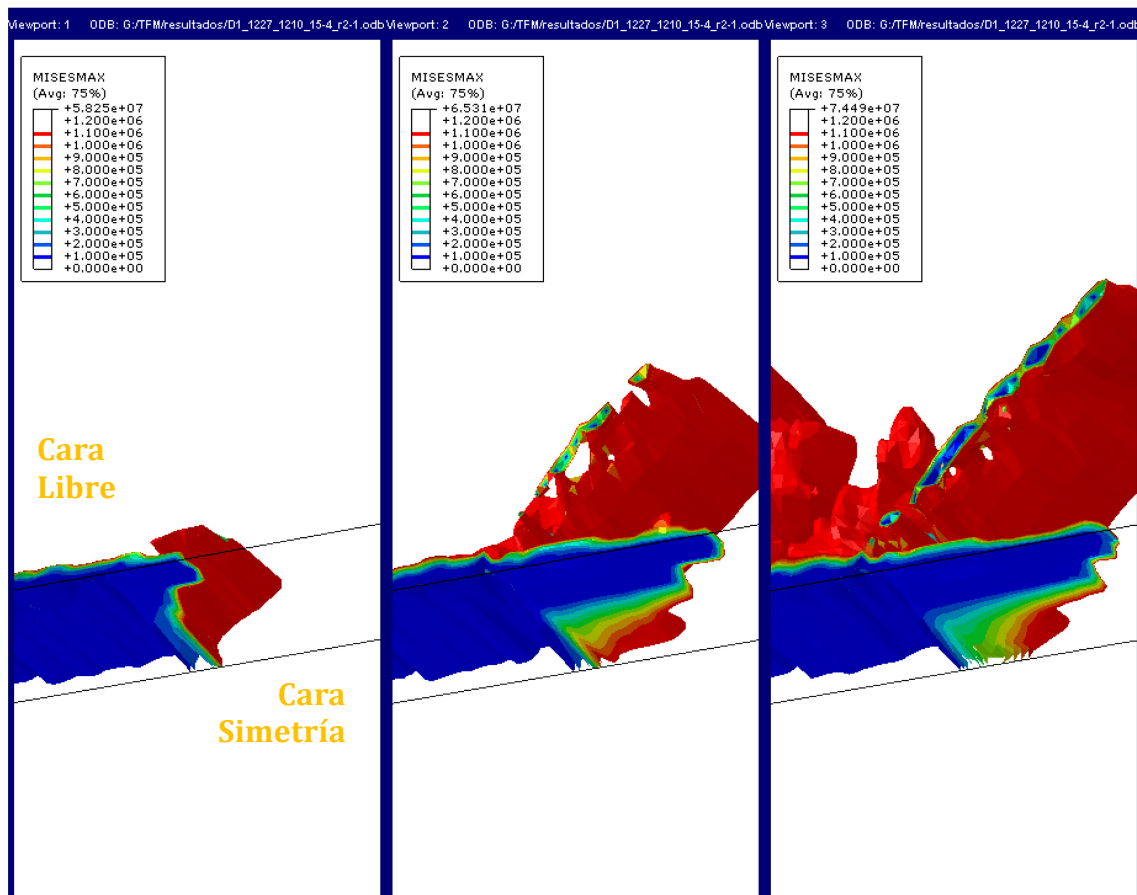


Ilustración 55 Bifurcación en la fisura del caso 'D1_1227_1210_15-4_r2-1' por isosuperficies

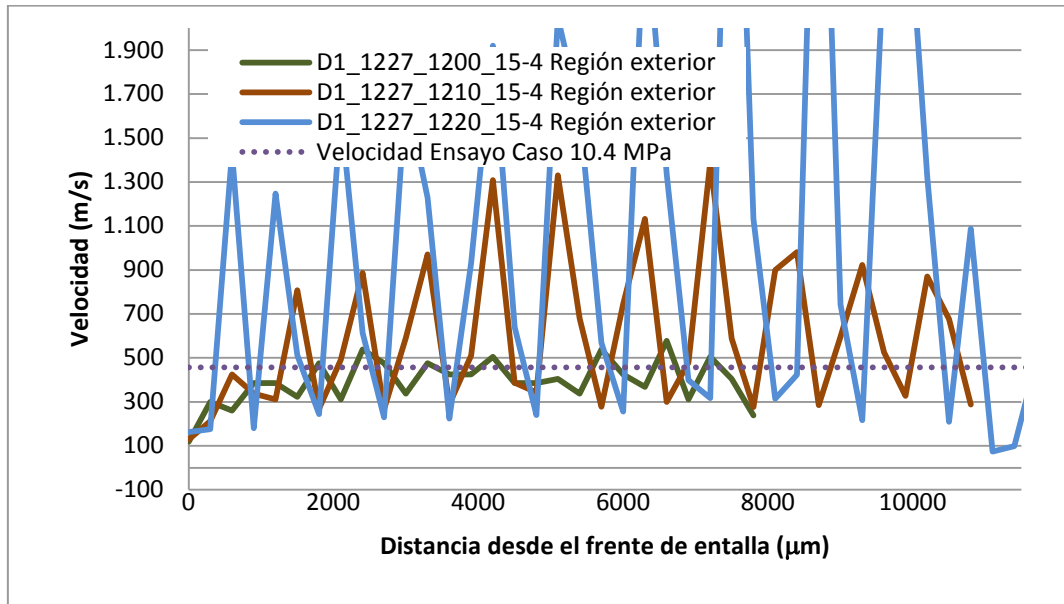


Ilustración 56 Comparativa de curvas para el caso 15.4 MPa

Siguiendo la tendencia en este tipo de gráficas para los casos tridimensionales anteriores, se fija sólo una de las dos velocidades que se empleaban en los modelos, en este caso la región exterior sin simetría, por comodidad y claridad en la lectura de los resultados aquí expuestos.

Atendiendo a la comparativa de velocidades por una parte se observa que el modelo '1200' proporciona una velocidad muy semejante a la del caso 10.4 MPa por lo tanto quizás pueda ser baja para una hipotética velocidad asociada al caso 15.4 MPa. Por otra parte se observa que los casos '1210' y '1220' presentan velocidades con una tendencia sensiblemente mayor que la velocidad de ensayo aquí reflejada, pero con grandes picos en las curvas, lo que dificulta asignarles un valor de velocidad concreto.

Estudio de la influencia del número de elementos en el espesor. Serie 'D2'

Se habían dejado aparcados los resultados de los modelos de la subserie 'D2', los cuales tenían 7 elementos en espesor en lugar de los seis elementos de los modelos 'D1'. A continuación se compararán los resultados obtenidos para el mismo caso de carga entre las dos subseries.

Tabla 17

Modelo	$t_r(\mu s)$	L. cara libre	Tiempo de Comput.
		L. plano simetría	
D1_1227_1200_1-1_r1	56	4.4 mm	1h19'23"
		4.6 mm	
D2_1227_1200_1-1_r1	56	4.4 mm	1h32'54"
		4.6 mm	
D1_1227_1210_1-1_r1	48	6.0 mm	1h19'58"
		6.3 mm	
D2_1227_1210_1-1_r1	48	5.9 mm	1h32'46"
		6.2 mm	
D1_1227_1220_1-1_r1	28	8.5 mm	1h19'33"
		8.8 mm	
D2_1227_1220_1-1_r1	28	6.3 mm	1h33'11"
		3.1 mm	
Ensayo	$t_r(\mu s)$	L (mm)	v (m/s)
1.1 MPa	56	∞	240

Se puede deducir que, en general, los resultados obtenidos son casi idénticos con mayor tiempo de computación, exceptuando los modelos con $\rho_2=1220 \text{ Kg/m}^3$ los cuales divergen debido, principalmente, a la aparición de una bifurcación parcial en el modelo 'D2_1227_1220_1-1_r2-1'.

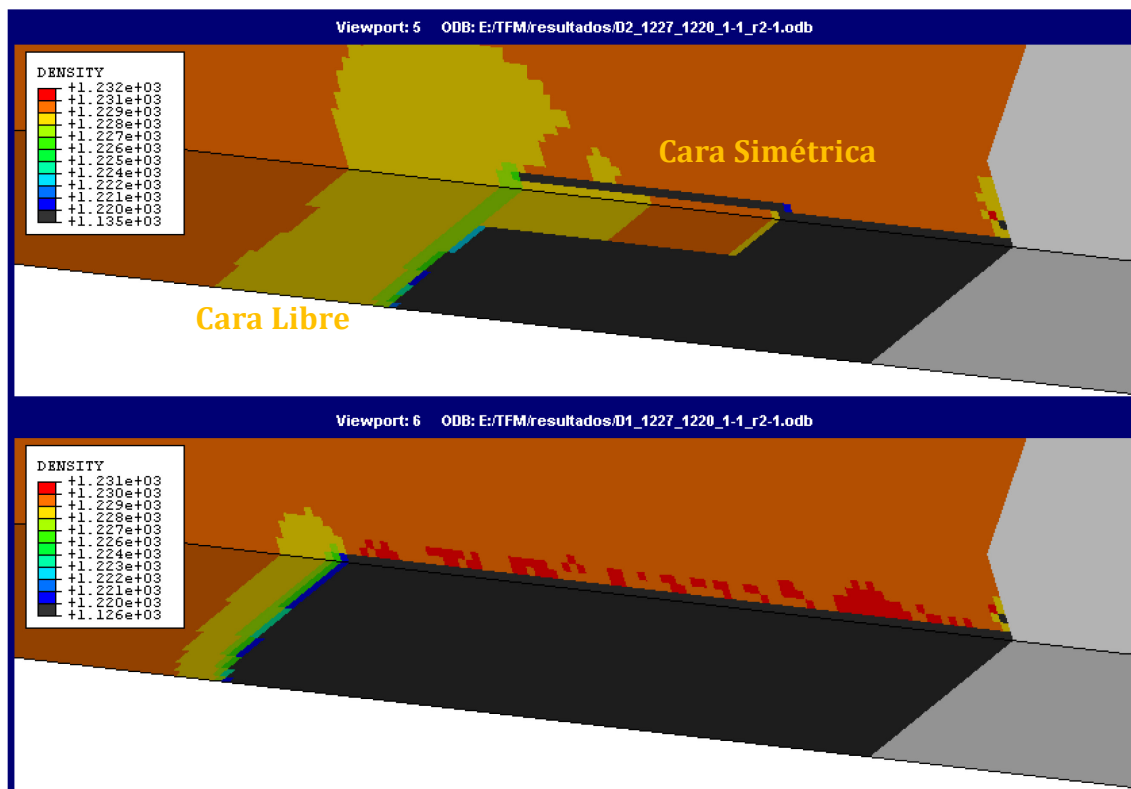


Ilustración 57 Bifurcación aparecida en el modelo 'D2_1227_1220_1-1_r2-1'

Evidentemente, tensionalmente surgen discrepancias entre los modelos 'D1' y 'D2', que no llegan al 6% de variación en el peor de los casos, y que se pueden achacar a la necesaria diferencia de malla entre modelos homólogos.

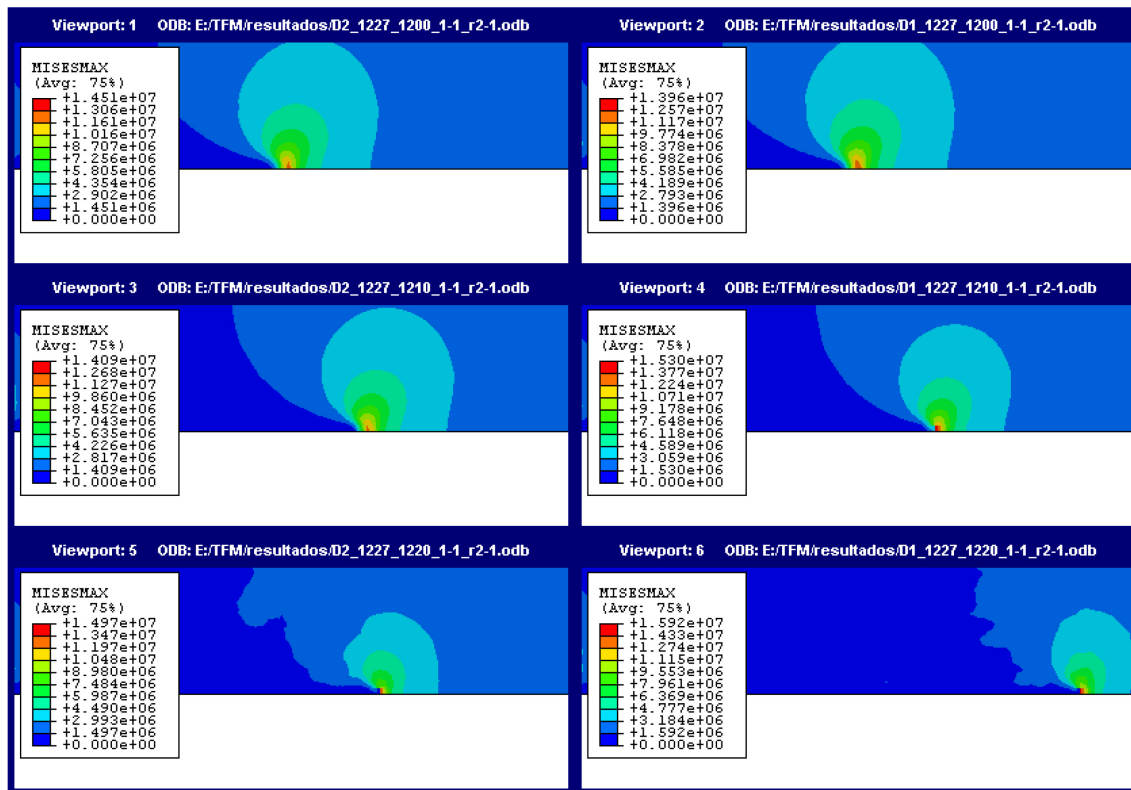


Ilustración 58 Comparativa de mapas de tensión para modelos de la serie 'D1' y 'D2'

En el aspecto de velocidades, no hay gran diferencia ya que, pese a no coincidir en los puntos de la curva, tanto las curvas de los modelos 'D1' como los modelos 'D2' se encuentran muy próximos. Inclusive para los modelos '1220' aunque difieran en la bifurcación.

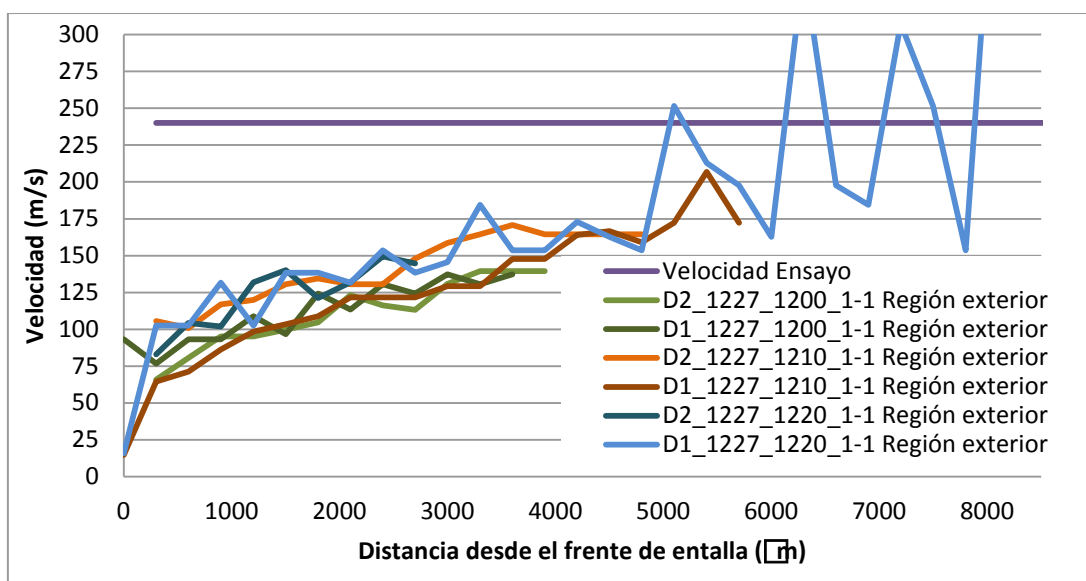


Ilustración 59 Comparativa de velocidades entre series 'D1' y 'D2'

MODELOS TRIDIMENSIONALES. EN FUNCIÓN DEL ESPESOR. SERIE 'E'

Este punto del presente trabajo es la primera extrapolación de los resultados obtenidos en los modelos tridimensionales. Consiste en estudiar la respuesta a la propagación dinámica de fisuras en función del espesor de la probeta.

Las principales características comunes de los modelos de la serie 'E' se resumen en los siguientes aspectos: el diseño de la entalla será plano, como en la serie 'D'. Se estudiará principalmente el caso de 1.1MPa, sólo se trata de que la carga no sea una variable más del estudio. Por último, se busca mantener el mismo número de elementos en espesor, variando el espesor y empleando la simetría, esto supone que si se manejan espesores de 1.5, 2.38, 3.0 y 4.0 milímetros, en realidad representan espesores de 3.0, 4.76, 6 y 8 milímetros apoyándose en la simetría.

Pese a que en las conclusiones del estudio de los modelos de la serie 'D', se puede extraer que la configuración $\rho_1=1227 \text{ Kg/m}^3$ y $\rho_2=1200 \text{ Kg/m}^3$ para elementos de 100 micras de arista es la que mejor reproduce los resultados del ensayo, se realizará una nueva calibración para las nuevas mallas, debido al empleo de mallas con arista característica de 80 micras, de las cuales se esperan unos parámetros ρ_1 - ρ_2 diferentes.

Calibración de ρ_1

La calibración se centrará exclusivamente en el modelo de 2.38 milímetros de espesor, que representa el caso de ensayo (4,76 milímetros de espesor) con una nueva malla. Tomando las mismas consideraciones que en para la serie 'D', el resultado para ρ_1 es el siguiente:

Tabla 18

Modelo	E1_C_C 1-1
$\rho_1(\text{Kg/m}^3)$	1227

Calibración de ρ_2

A partir de la experiencia recogida con la serie 'D' se genera un modelo con $\rho_2=1200 \text{ Kg/m}^3$ para la calibración.

En la imagen inferior se comparan los resultados del modelo E2-38s_1227_1200_1-1 (abajo) con los del modelo D1_1227_1200_1-1_r2-1 (arriba). Se va a hacer hincapié en la calibración con mismos parámetros de un mismo modelo pero con mallas de arista diferente.

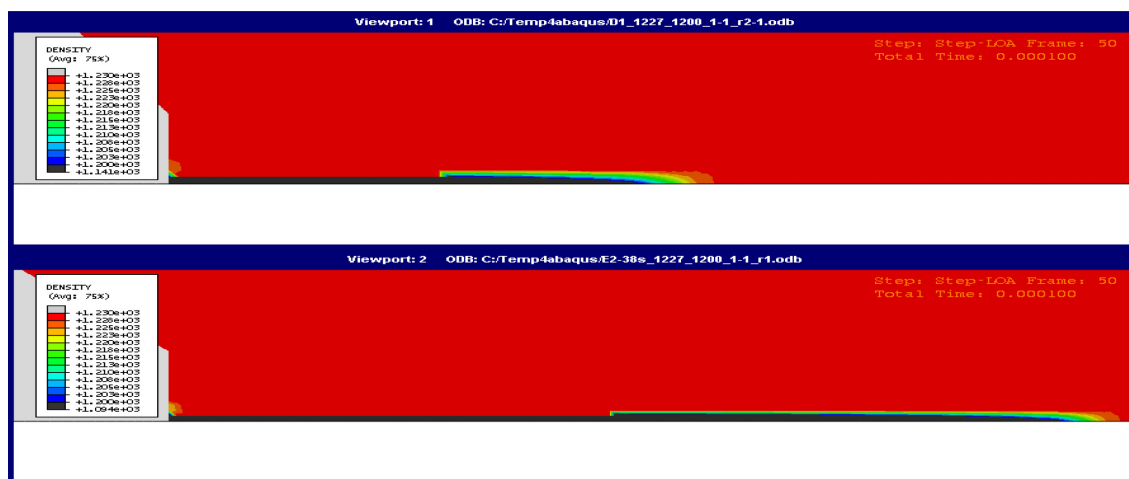


Ilustración 60 Comparativa de longitud de fractura para el caso 'D1' y el caso 'E2-38s'

Aparece una severa divergencia en la longitud de las fisuras para los dos modelos: mientras que el caso 'D1' genera una fisura de 4.4-4.6 milímetros, el modelo 'E2-38s' proporciona una fisura de aproximadamente 8.3-8.5 milímetros, casi el doble. Esta distancia se asemeja más a la obtenida por el caso D1_1227_1220_1-1_r2-1 (véase Tabla 13, en la página 48) que era de 8.5-8.8 milímetros. El principal motivo de esta divergencia se considera el instante de iniciación de daño, que en el caso 'E2-38s' ocurre a los 44 microsegundos y en el caso 'D1_1227_1220_1-1_r2-1' a los 56 microsegundos como se esperaba.

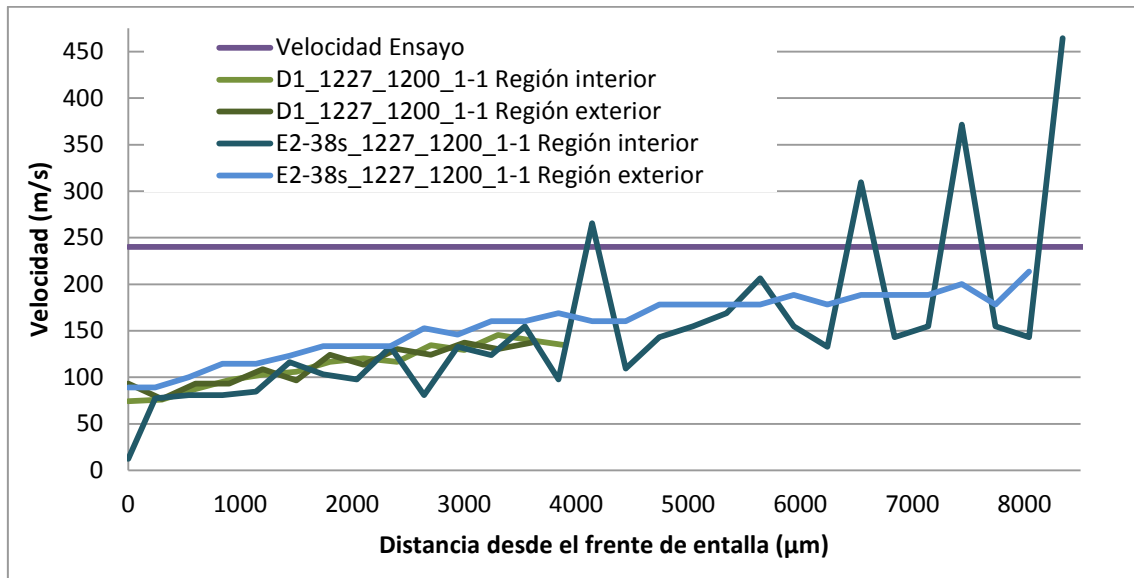


Ilustración 61 Comparativa de velocidades entre modelos 'D1' y 'E2-38s'

Esta idea se refuerza además en que se observa que la evolución en la velocidad de propagación en ambos modelos es muy similar, con una evolución semejante que da a entender que, para un mismo instante de iniciación, ambos modelos podrían haber alcanzado la misma longitud.

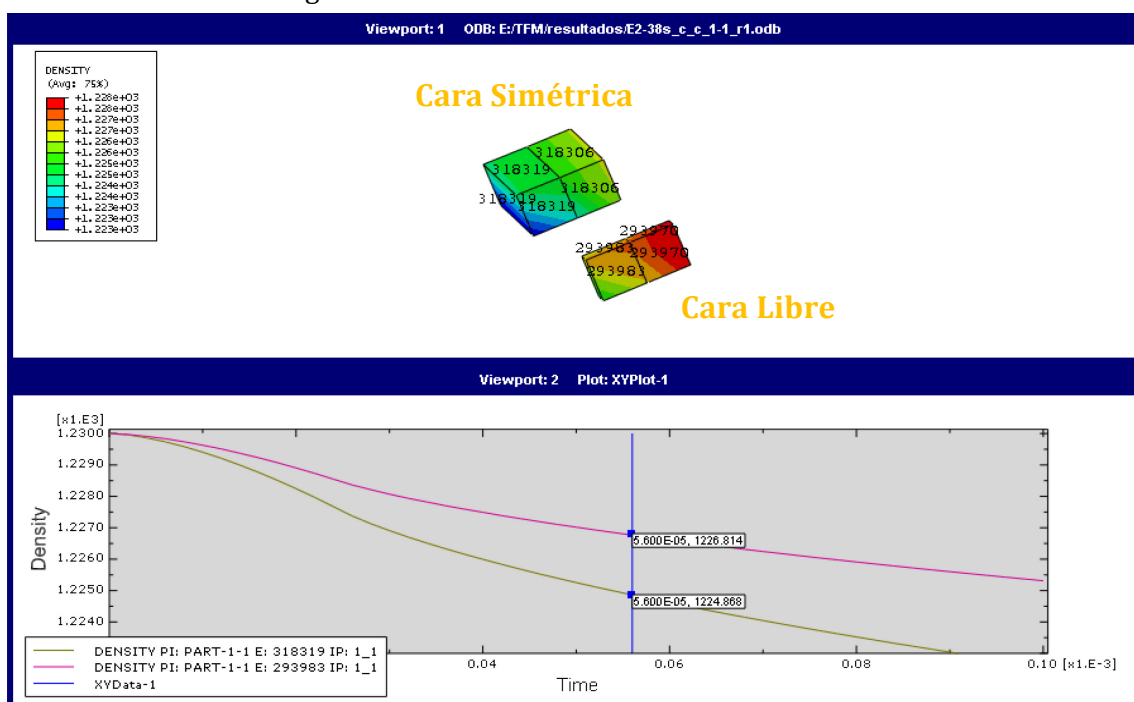


Ilustración 62 Nuevo ajuste de ρ_1 para el caso 'E2-38s'

Estos resultados refuerzan la necesidad de calibrar cada malla empleada, en particular si conlleva un cambio en el tamaño de la arista característica. En la ilustración superior se han aislado los dos elementos desde el extremo de la entalla; de estos se ha obtenido la densidad para los elementos más próximos a la entalla inicial, los elementos 318319 y 293983, que poseen mayor concentración de tensiones y se encuentran más deformados en su correspondiente cara. De la imagen se puede extraer además que se cumple el comportamiento esperado en fisura, ya que la densidad es menor en la cara interior (plano medio de la probeta) que en el exterior, conllevando un inicio de daño desde dentro hacia las caras exteriores del material.

Según la evolución temporal de la densidad, la densidad para el elemento interior, en el instante $t=56$ microsegundos, es de aproximadamente 1225 Kg/m^3 .

Si se prepara un modelo 'E2-38s_1225_1200_1-1_r1' el resultado que arroja es el siguiente:

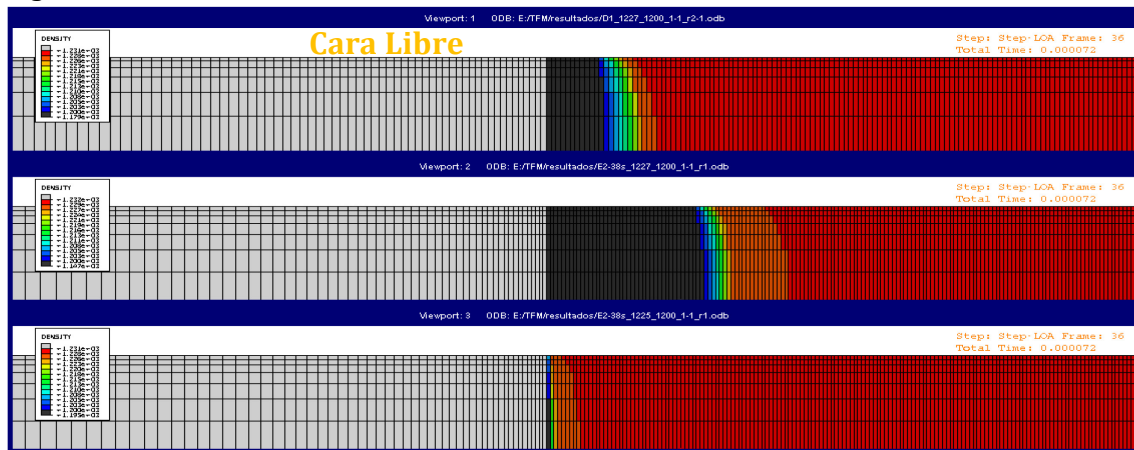


Ilustración 63 Instante de iniciación de daño para 'E2-38s_1225' frente a modelos anteriores

El tercio inferior de la ilustración corresponde con el nuevo modelo generado, el cual inicia la propagación de fisura en el instante $t=72$ microsegundos, lo que le hace alcanzar una longitud de fisura muy inferior a la de los otros dos modelos, aproximadamente 1.6 milímetros.

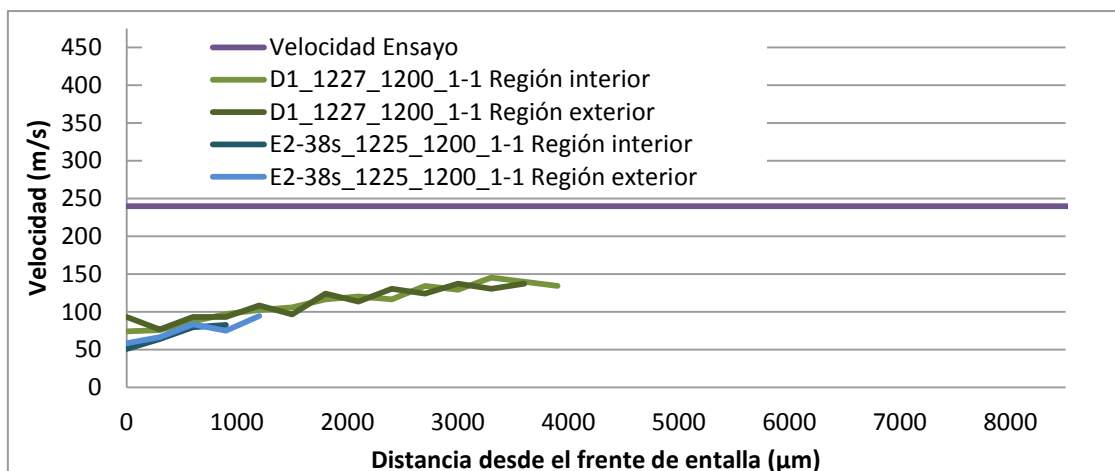


Ilustración 64 Comparativa de velocidades entre el caso 'D1' y el caso 'E2-38s_1225_1200'

En la ilustración anterior se observa que pese a que no alcanza la longitud del modelo sigue manteniendo la evolución en la velocidad de propagación. Si se continúa con el ajuste para $\rho_1=1226 \text{ Kg/m}^3$, se consigue alcanzar aproximadamente la misma longitud e instante de inicio de daño para el caso D1_1227_1200_1-1.

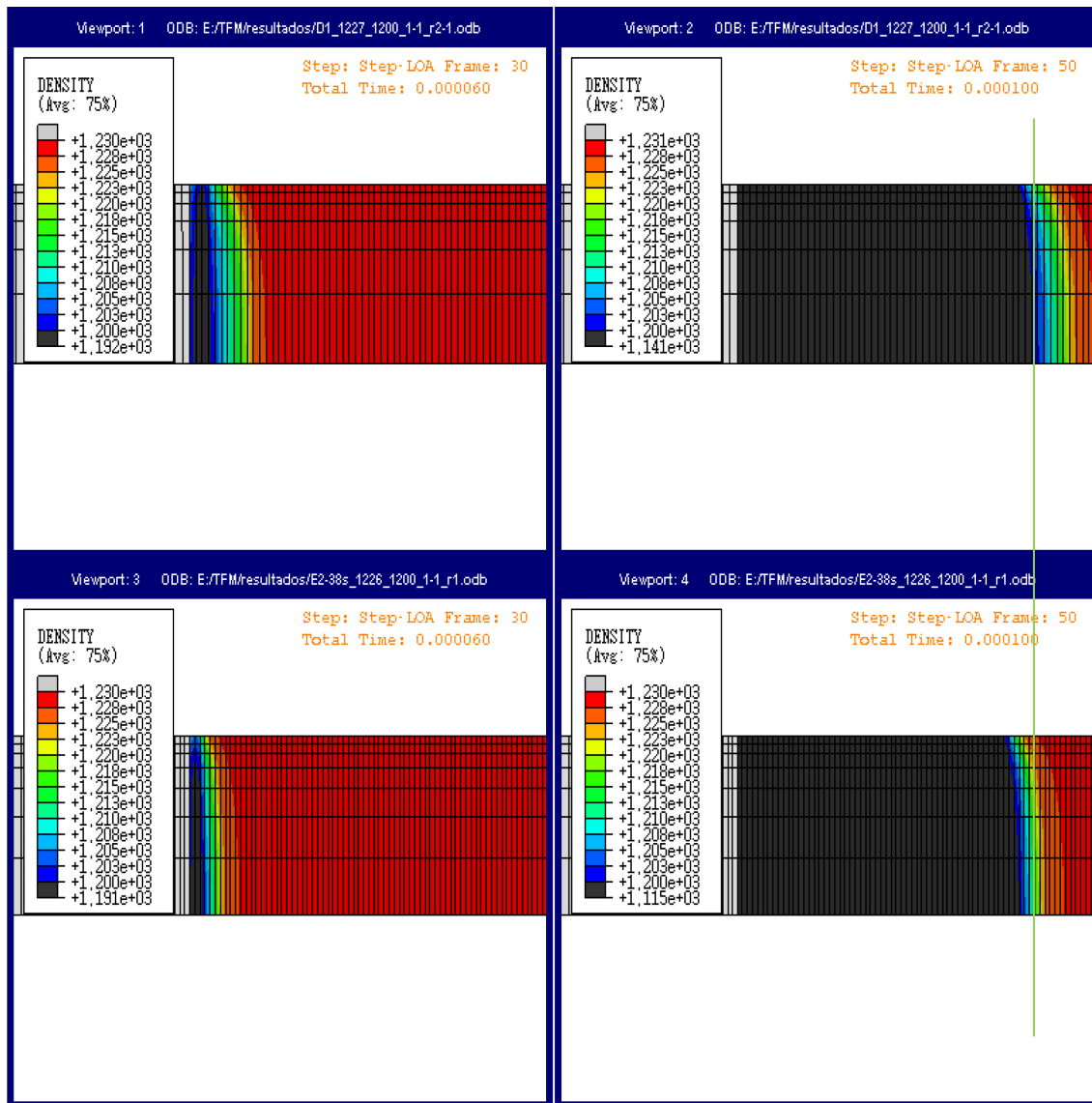


Ilustración 65 Inicio y final del frente de fisura entre 'D1' y 'E2-38s_1226'

Comparativa de comportamiento según espesor para el mismo estado de carga

Una vez establecida la calibración adecuada de los parámetros ρ_1 y ρ_2 , se procede a comparar la diferencia de respuesta según el espesor de la probeta del modelo.

El primer resultado que se extrae es la semejanza entre los modelos, independientemente del espesor que los defina. Recordando, se empleaban espesores con simetría que simulaban espesores reales el doble de anchos, así bien las medidas modeladas son: 1.5, 2.38, 3 y 4 milímetros, las cuales representan 3, 4.76, 6 y 8 milímetros respectivamente. Pues bien, se observa que, por una parte el instante de inicio de la propagación es prácticamente el mismo en los cuatro casos y por otro lado que la longitud alcanzada es similar.

Caso de 1.1 MPa
Tabla 19

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad	
1.1 MPa	∞ mm	56 μ s	240 m/s	
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.	Número de nodos
E1-5s_1226_1200_1-1	3.02 mm	64 μ s	1h38'12"	321048
E2-38s_1226_1200_1-1	4.17 mm	62 μ s	2h42'12"	369864
E3s_1226_1200_1-1	4.33 mm	62 μ s	2h42'21"	369864
E4s_1226_1200_1-1	4.56 mm	62 μ s	2h43'29"	370088

Como se ha comentado antes, la longitud de fisura es muy semejante aunque muy corta, pero aparte, se observa que la longitud alcanzada es mayor cuanto mayor es el espesor de la probeta, pese a que prácticamente rompen en el mismo instante. De izquierda a derecha y de arriba a abajo: 1.5, 2.38, 3 y 4 milímetros de espesor:

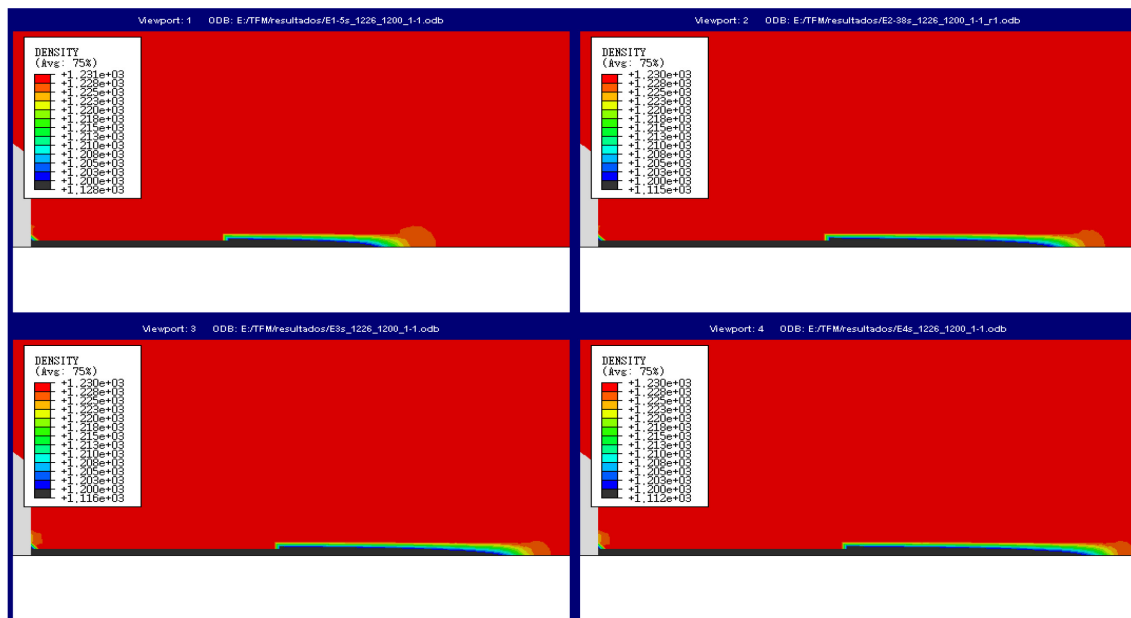


Ilustración 66 Fisuras en instante final según espesores

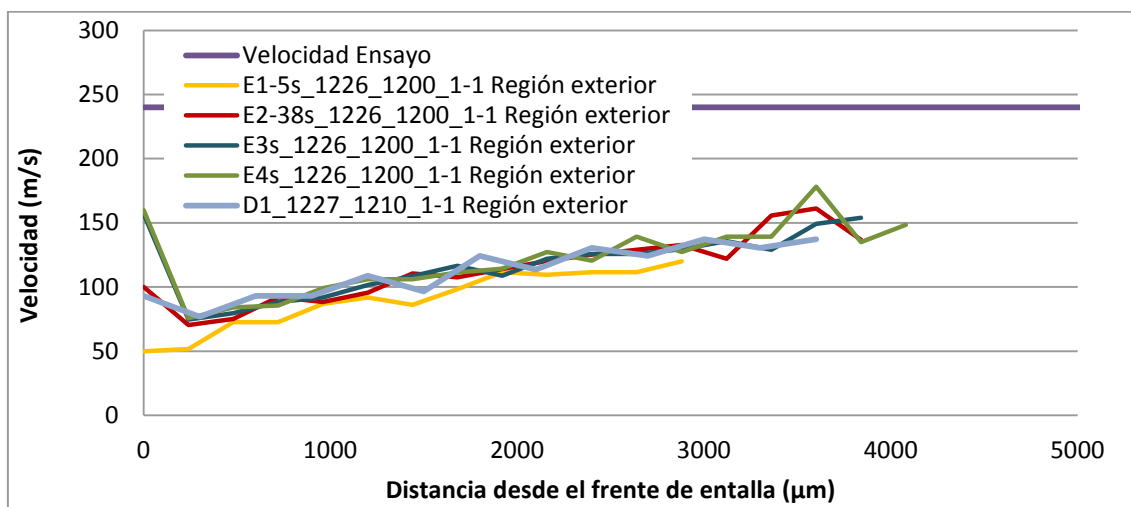


Ilustración 67 Curvas de velocidad según espesor para la cara libre

En la figura anterior se observa que las velocidades son muy parejas e inferiores a la velocidad de ensayo, puede motivarse por el inicio de fractura tardío, con lo que no alcanza la velocidad del ensayo real en el tiempo de simulación. Recuérdese que ocurría lo mismo para el caso calibrado 'D1_1227_1200_1-1. Sin embargo, parece apreciarse que la velocidad para el modelo de 4 (8) milímetros proporciona una velocidad superior. Para refrendar este hecho se somete a estudio la serie 'E' para el estado de carga 5.5 MPa, en el cual se poseen datos de longitud final de la fisura, inicio de fisura y velocidad de propagación.

Caso de 5.5 MPa

Tabla 20

Ensayo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Velocidad	
5.5 MPa	20 mm	18 μ s	410 m/s	
Modelo	Long. de fisura, L	Inicio de fisura, t_f	Tiempo de comp.	Número de nodos
E1-5S_1226_1200_5-5	25 mm (max)	18 μ s	2h00'51"	321048
E2-38S_1226_1200_5-5	25 mm (max)	18 μ s	2h46'37"	369864
E3S_1226_1200_5-5	25 mm (max)	18 μ s	2h46'21"	369864
E4S_1226_1200_5-5	25 mm (max)	18 μ s	6h37'12"	370088

Atendiendo a la Tabla 20, los resultados son muy prometedores. El inicio de la fisura ocurre prácticamente en el mismo instante que el ensayo experimental, a los 18 microsegundos. Por su parte, la longitud de fisura alcanzada, 25 milímetros en todos los casos, supone que la fisura ha atravesado toda la región asociada al material 'VUMAT', se desconoce si la fisura seguiría propagando en horizontal con una región mayor. Este exceso de longitud se puede asociar a una velocidad de propagación excesivamente alta.

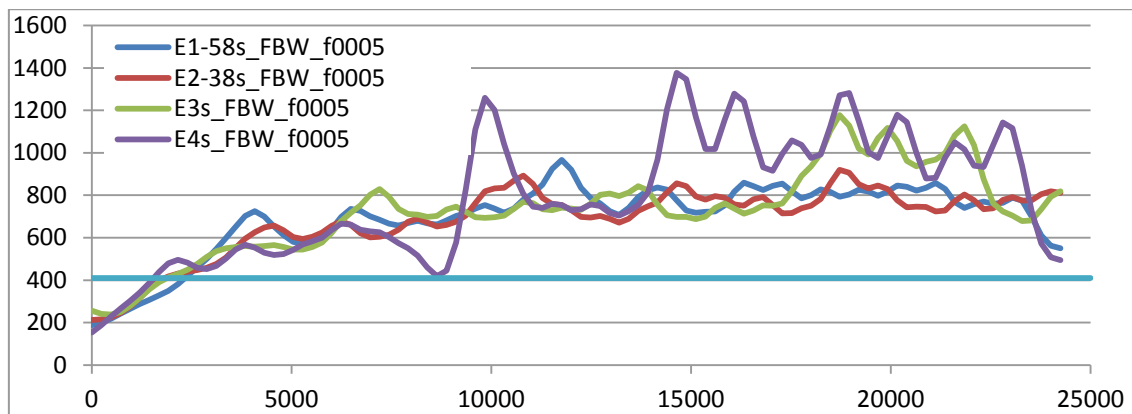


Ilustración 68 Curvas de velocidad filtradas

Es necesario aplicar un filtro a las curvas obtenidas, en este caso un filtro Butterworth con una frecuencia de corte de $5e-4$ Hz. Esto es debido a que aumenta la inestabilidad a la vez que aumenta la carga.

Aplicado el filtro, para los 4 espesores se aprecia una velocidad de propagación mucho mayor que la experimentada por Ravi-Chandar, 410 m/s, aunque diverge según el espesor. La velocidad alcanzada parece que es mayor en los modelos de mayor espesor, en concreto cuanto más se aleja del punto de inicio de la fisura, siendo la más elevada la del modelo de 4 (8) milímetros. Visualmente, en el *field output* de densidades se observa este fenómeno; de arriba a abajo: modelos de espesor 1.5, 2.38, 3 y 4 milímetros; de izquierda a derecha: fotogramas para 14, 52 y 100 microsegundos de cada modelo.

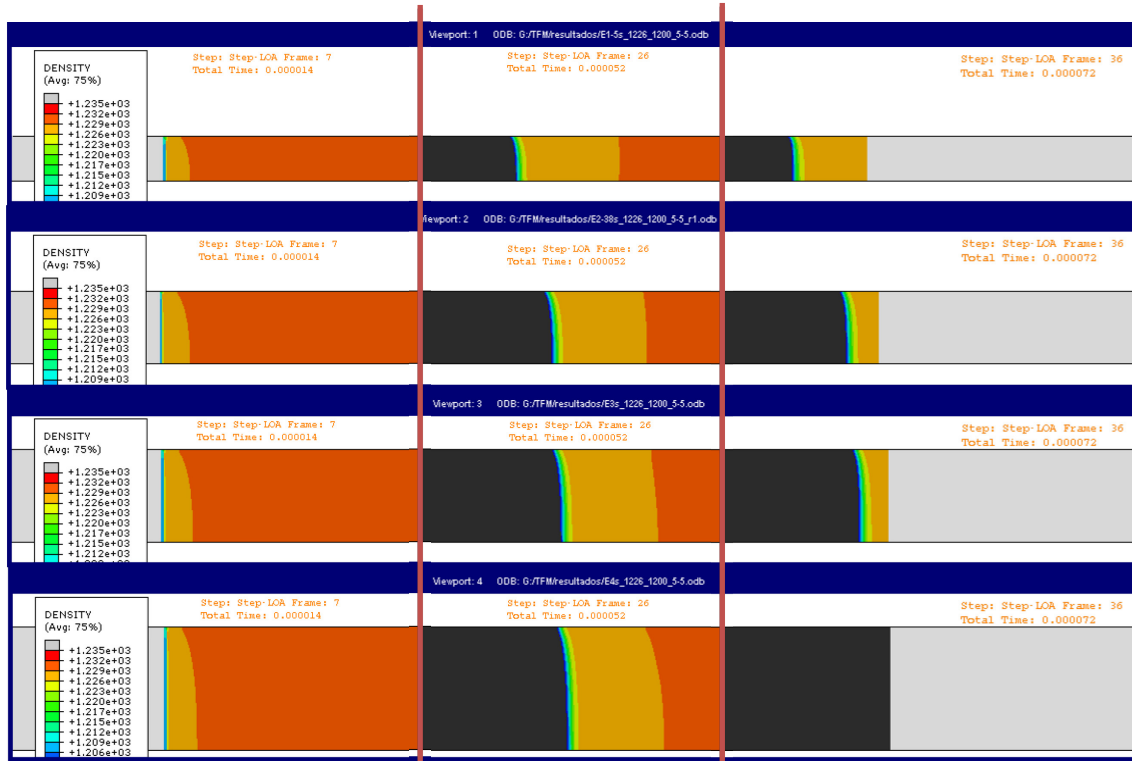


Ilustración 69 Progresión de la fisura para los distintos espesores

Así, basándose en los resultados para los casos de 1.1 y 5.5 MPa, se puede concluir que la velocidad de propagación en este modelo está supeditada a la geometría de la probeta, es más, la propagación es más rápida cuanto mayor es el espesor de la probeta.

5. CONCLUSIONES Y FUTUROS TRABAJOS

5.1. CONCLUSIONES

A raíz de los resultados obtenidos en el presente Trabajo Fin de Máster, se pueden destacar las siguientes conclusiones:

- Se ha implementado un modelo de fallo basado en modelos de celda y variación de densidad de la misma en un código comercial de elementos finitos.
- Dicho modelo se han implementado en problemas bidimensionales, y extendido al caso tridimensional.
- Se ha comprobado que, tanto en dos dimensiones como en tres dimensiones, el método aquí empleado trabaja apropiadamente, permitiendo describir fenómenos de fractura lineal elástica de manera notable.
- Es un método relevante para la simulación de fenómenos de fractura frágil. Por la precisión alcanzada, la sencillez del método y la baja carga computacional que conlleva, éste método puede tener una aplicación relevante en el estudio de la mecánica de la fractura.
- Se ha comprobado que la metodología aplicada en dos dimensiones, proporciona resultados bastante precisos con una baja carga computacional. Esto favorece la iteración de cálculos y acelera los tiempos de calibración del modelo de daño.
- La metodología en tres dimensiones, pese al evidente aumento del esfuerzo computacional, permite reproducir con mayor precisión el comportamiento mecánico de la propagación de una fisura: las regiones de tensión plana o deformación plana y el mecanismo de bifurcación de una fisura, entre otros aspectos.
- Desde un punto de vista más funcional, la modelización en dos dimensiones permite obtener resultados con una precisión notable rápidamente, incluyendo fenómenos de ramificación de la fisura. Sin embargo, desde un punto de vista más académico, la modelización en tres dimensiones permite profundizar en los mecanismos que actúan en la propagación de fisuras, reproduciendo la influencia del espesor en éste fenómeno, con un sobre coste computacional mayor que en dos dimensiones pero aun así moderado.
- Aprovechando la capacidad del método en tres dimensiones, se han realizado simulaciones de propagación de fractura a distintos espesores. Los resultados sostienen que, una vez que se inicia la fractura, ésta se propaga con mayor velocidad cuanto mayor es el espesor de la probeta. Esta tendencia se repite para varias cargas.
- Se ha comprobado que el diseño en detalle del extremo de la entalla afecta profundamente a la respuesta del cálculo. Si bien no se puede ser concluyente con su relevancia en los cálculos, hay que recordar que se desconoce la forma del extremo de la entalla en los ensayos reales, se hace evidente que, en las mismas condiciones, la respuesta en función del diseño de la entalla varía el resultado final de la simulación, tanto en longitud de la fisura, instante de propagación o velocidad de propagación. Por eso, no es irrelevante conocer con precisión la forma del extremo de una entalla a la hora de simularla.

5.2. TRABAJOS FUTUROS

Sobre la experimentación con esta metodología y sobre las conclusiones obtenidas, se pueden establecer una serie de trabajos futuros basados en el trabajo aquí presentado.

- Contrastar los resultados aquí obtenidos con otros obtenidos a partir de diferentes criterios de daño.
- Emplear la metodología aquí empleada para reproducir otros ensayos con materiales de la misma naturaleza.
- Estudiar su ampliación a otros comportamientos a fractura: otros modos de fractura o incluso comportamiento de plastificación leve o fractura dúctil.
- Profundizar en la identificación de un tamaño de elemento a unos únicos valores de calibración. Si se cumple, esto permitiría diseñar subrutinas más generales que actuaran según el tamaño del elemento en cuestión para mallas menos homogéneas.
- Investigar sobre la bifurcación de fisuras, habiendo comprobado el mecanismo de bifurcación que describen las simulaciones.
- Mejorar el método de obtención de la velocidad. En este trabajo se ha expresado la evolución de la velocidad de propagación en función de la lejanía con el extremo de la entalla. Esto ha sido así en mayor parte por la naturaleza de la respuesta: no se podía rastrear el desplazamiento de un nodo que avance a la par que la fisura; se planteaba la propagación como un flujo que atraviesa los elementos.

6. REFERENCIAS

- [1] Broberg, K. B. (1997). The cell model of materials. *Computational Mechanics*, 19 (6), 447-452.
- [2] Loya, J., & Ravi-Chandar, K. (2006). Análisis numérico de fractura dinámica de polímeros frágiles. *Anales de Mecánica de la Fractura*, 195-200.
- [3] Griffith, A. (1921). *The phenomena of rupture and flow in solids*. Londres: Phil. Trans. Royal Society of London.
- [4] Register, L. (1991). Shipwrecks. *Casualty Returns*.
- [5] Ravi-Chandar, K. (1982). An experimental investigation in to the mechanics of dynamic fracture. Pasadena, California, EE.UU.: California Institute of Technology.
- [6] Ravi-Chandar, K., & Knauss, W. G. (1984). An Experimental Investigation Into Dynamic Fracture. 1. Crack Initiation And Arrest. *International Journal of Fracture*, 25, 247-262.
- [7] Irwin G (1957), Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, *Journal of Applied Mechanics*, 24, 361–364
- [8] Arana, J. L. & González, J. J. (2002). *Mecánica de Fractura*. Bilbao: Publicaciones de la Universidad del País Vasco.
- [9] Rice, J. R. (1968), "A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks", *Journal of Applied Mechanics*, 35: 379–386
- [10] Cherepanov, G. P. (1969). On crack propagation in solids. *International Journal of Solids and Structures*. 863-871.
- [11] Hutchinson, J. W. & Rice, J. R. & Rosengren, G. F. (1968) *Journal of Solids and Structures*, Vol. 16, 1-31.
- [12] Gurson, A. (1977). 99. *Engineering of Materials and Technologies*, 2-15.
- [13] Tvergaard, V. & Needleman, A. (1984). 32. *Acta Metalurgica*, 157-169.
- [14] Johnson, C. (1993), A new paradigm for adaptive finite element methods, Proc. MAFELAP Conf., Brunel Univ., Uxbridge, UK, John Wiley, Chichester.
- [15] File: Modos fractura espanol http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Modos_fractura_espanol.svg#file
- [16] Pérez, A. J. (2012) Modelización de diversos impactos contra el agua usando LS-Dyna. Proyectos Fin de Carrera. Universidad Carlos III de Madrid. 9-11.
- [17] Cuesta, I., Alegre, J., & H., B. (2010). Aplicación del modelo de daño Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) para la simulación del ensayo miniatura de punzonado sobre probetas fisuradas. *Revista de Metalurgia*, 46, 53-63.
- [18] Flores Le Roux, R. M. (2002). *Estudio de la propagación de fisuras en materiales dúctiles*. Madrid: Escuela Técnica Superior de Ingenieros Aeronáuticos.
- [19] Loya, J. (2012). Integridad y Estabilidad Estructural. Leganés, Madrid, España.

ANEXO

MODELIZACIÓN EN 2 DIMENSIONES

A continuación se van a mostrar los modelos en dos dimensiones que se han manejado en este trabajo:

1. Entalla plana, modelos 'A':

Tabla 21

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
A1_C_C_1-1_r2	A1_mesh_C	--
A2_C_C_1-1_r2	A2_mesh_C	--
A3_C_C_1-1_r2	A3_mesh_C	--

Tabla 21: Modelos de calibración para obtener ρ_1 . El número (1, 2, 3) tras la letra 'A' indica el tamaño de arista aproximado de los elementos próximos al extremo de la entalla, se corresponde con 60, 70 y 80 μm respectivamente.

Tabla 22

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
A1_1227_1150_1-1_r2	A1_mesh	1227_1150_M01
A1_1227_1200_1-1_r2	A1_mesh	1227_1200_M01
A2_1227_1150_1-1_r2	A2_mesh	1227_1150_M01
A2_1227_1200_1-1_r2	A2_mesh	1227_1200_M01
A3_1227_1150_1-1_r2	A3_mesh	1227_1150_M01
A3_1227_1200_1-1_r2	A3_mesh	1227_1200_M01
A3_1227_1210_1-1_r2	A3_mesh	1227_1210_M01

Tabla 22: Modelos de calibración para obtener ρ_2 . Se observa que aquí ya se incluyen subrutinas y que estas determinan el comportamiento de la región de malla refinada, cerca del final de la entalla. El último caso (A3_1227_1210_1-1_r2) supone un 'tiro' extra para acotar los resultados.

Tabla 23

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
A1_1227_1200_5-5_r2	A1_mesh	1227_1200_M01
A1_1227_1200_10-4_r2	A1_mesh	1227_1200_M01
A1_1227_1200_15-4_r2	A1_mesh	1227_1200_M01
A2_1227_1200_5-5_r2	A2_mesh	1227_1200_M01
A2_1227_1200_10-4_r2	A2_mesh	1227_1200_M01
A2_1227_1200_15-4_r2	A2_mesh	1227_1200_M01
A3_1227_1200_5-5_r2	A3_mesh	1227_1200_M01
A3_1227_1200_10-4_r2	A3_mesh	1227_1200_M01
A3_1227_1200_15-4_r2	A3_mesh	1227_1200_M01
A3_1227_1210_15-4_r2	A3_mesh	1227_1210_M01
A3_1227_1220_15-4_r2	A3_mesh	1227_1220_M01

Tabla 23: Modelos de comparación y validación. Se lanzan los modelos con las densidades de la subrutina definidas y con los casos de carga a comparar. Los últimos se emplearán para comparar la respuesta según el valor de ρ_2 .

2. Entalla circular, modelos 'B':

Tabla 24

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
B01_C_C_1-1_r2	B01_mesh_C	--
B025_C_C_1-1_r2	B025_mesh_C	--
B05_C_C_1-1_r2	B05_mesh_C	--

Tabla 24: Modelos de calibración para obtener ρ_1 . El número (01, 025, 05) tras la letra 'B' indica el radio, en milímetros, del extremo de la entalla. Basándose en los modelos 'A', se redujo la variable de arista media de elemento a 70 μm .

Tabla 25

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
B01_1228_1150_1-1_r2	B01_mesh	1228_1150_M01
B01_1228_1200_1-1_r2	B01_mesh	1228_1200_M01
B025_1228_1150_1-1_r2	B025_mesh	1228_1150_M01
B025_1228_1200_1-1_r2	B025_mesh	1228_1200_M01
B05_1229_1150_1-1_r2	B05_mesh	1229_1150_M01
B05_1229_1200_1-1_r2	B05_mesh	1229_1200_M01

Tabla 25: Modelos de calibración para obtener ρ_2 . Se observa que aquí ya se incluyen subrutinas y que estas determinan el comportamiento de la región de malla refinada, cerca del final de la entalla.

Tabla 26

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
B01_1228_1200_5-5_r2	B01_mesh	1228_1200_M01
B01_1228_1200_10-4_r2	B01_mesh	1228_1200_M01
B01_1228_1200_15-4_r2	B01_mesh	1228_1200_M01
B025_1228_1200_5-5_r2	B025_mesh	1228_1200_M01
B025_1228_1200_10-4_r2	B025_mesh	1228_1200_M01
B025_1228_1200_15-4_r2	B025_mesh	1228_1200_M01
B05_1229_1200_5-5_r2	B05_mesh	1229_1200_M01
B05_1229_1200_10-4_r2	B05_mesh	1229_1200_M01
B05_1229_1200_15-4_r2	B05_mesh	1229_1200_M01

Tabla 26: Modelos de comparación y validación. Se lanzan los modelos con las densidades de la subrutina definidas y con los casos de carga a comparar.

3. Entalla cuadrada, modelos 'C':

Tabla 27

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
C01_C_C_1-1_r2	C01_mesh_C	--
C025_C_C_1-1_r2	C025_mesh_C	--
C05_C_C_1-1_r2	C05_mesh_C	--

Tabla 27: Modelos de calibración para obtener ρ_1 . El número (01, 025, 05) tras la letra 'C' indica el lado, en milímetros, del extremo de la entalla. Basándose en los modelos 'A', se redujo la variable de arista media de elemento a 70 μm .

Tabla 28

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
C01_1228_1150_1-1_r2	C01_mesh	1228_1150_M01
C01_1228_1200_1-1_r2	C01_mesh	1228_1200_M01
C025_1228_1150_1-1_r2	C025_mesh	1228_1150_M01
C025_1228_1200_1-1_r2	C025_mesh	1228_1200_M01
C05_1229_1150_1-1_r2	C05_mesh	1229_1150_M01
C05_1229_1200_1-1_r2	C05_mesh	1229_1200_M01

Tabla 28: Modelos de calibración para obtener ρ_2 . Se observa que aquí ya se incluyen subrutinas y que estas determinan el comportamiento de la región de malla refinada, cerca del final de la entalla.

Basándose en los resultados de los modelos expuestos en la Tabla 28, se desestima seguir con los casos de mayor carga debido al comportamiento no aceptable de éstos.

MODELIZACIÓN EN 3 DIMENSIONES

En adelante se van a mostrar los cálculos en tres dimensiones que se han manejado en el trabajo:

1. Modelos 'D':

Tabla 29

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
D1_C_C_1-1_r1	D_malla3d_100x6	--
D2_C_C_1-1_r1	D_malla3d_100x7	--

Tabla 29: Modelos de calibración tridimensionales para obtener ρ_1 . Varían en la malla empleada, 'D_malla3d_100x6' supone una malla de 6 elementos de espesor y 100 micras de arista en la región refinada. Esto es así, pasar de 80 a 100 micras, para conseguir menos de 500,000 nodos que es el límite que fija la memoria del equipo.

Tabla 30

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
D1_1227_1200_1-1_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1200_M02
D1_1227_1210_1-1_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1210_M02
D1_1227_1220_1-1_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1220_M02
D2_1227_1200_1-1_r2-1	D_malla3d_100x7_VUMAT	1227_1200_M02
D2_1227_1210_1-1_r2-1	D_malla3d_100x7_VUMAT	1227_1210_M02
D2_1227_1220_1-1_r2-1	D_malla3d_100x7_VUMAT	1227_1220_M02

Tabla 30: Modelos de calibración tridimensionales para obtener ρ_2 . Emplean la subrutina tipo 'M02' que es la modificación de la subrutina original para poder actuar en las tres dimensiones. En esta ocasión no se prueba con modelos con $\rho_2 < 1200 \text{ kg/m}^3$ ya que de por sí 1200 kg/m^3 se trata como límite inferior de densidades para obtenerla velocidad del experimento comparativo. El cambio de la revisión 'r1' a 'r2' o 'r2-1' responde únicamente a redefinición de parámetros en los resultados: modificaciones en la frecuencia de salida o número de salidas; por capacidad de memoria en el equipo. Se generan modelos 'D2' para comparar la influencia del número de elementos en espesor para varias ρ_2 .

Tabla 31

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
D1_1227_1200_5-5_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1200_M02
D1_1227_1200_10-4_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1200_M02
D1_1227_1200_15-4_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1200_M02
D1_1227_1210_5-5_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1210_M02
D1_1227_1210_10-4_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1210_M02
D1_1227_1210_15-4_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1210_M02
D1_1227_1220_5-5_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1220_M02
D1_1227_1220_10-4_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1220_M02
D1_1227_1220_15-4_r2-1	D_malla3d_100x6_VUMAT	1227_1220_M02

Tabla 31: Extrapolación de modelos a cargas de 5.5, 10.4 y 15.4 MPa para su comparativa con los resultados experimentales. Se añade la extrapolación para $\rho_2=1210 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_2=1220 \text{ kg/m}^3$.

2. Modelos 'E':

Tabla 32

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
E1-5s_c_c_1-1	E1-5s_malla	--
E2-38s_c_c_1-1	E2-38s_malla	--
E3s_c_c_1-1	E3s_malla	--
E4s_c_c_1-1	E4s_malla	--

Tabla 32: Modelos de calibración de la serie 'E' para estudiar la respuesta del modelo según espesor de la probeta, para el mismo número de elementos en espesor. Se estudian modelos de 1.5x2 mm, 2.38x2 mm (espesor original), 3x2 mm y 4x2 mm; la 's' significa que son modelos con simetría en el plano medio del espesor, así pues, el modelo de 'E1-5s' simula una probeta de 1.5x2=3 mm de espesor.

Tabla 33

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
E2-38s_1227_1200_1-1_r1	E2-38s_malla_VUMAT	1227_1200_M02
E2-38s_1225_1200_1-1_r1	E2-38s_malla_VUMAT	1225_1200_M02
E2-38s_1226_1200_1-1_r1	E2-38s_malla_VUMAT	1226_1200_M02

Tabla 33: Extrapolación de modelos para carga de 1.1 MPa aplicando ya la subrutina de material y ρ_1 .

Tabla 34

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
E1-5s_1226_1200_1-1	E1-5s_malla_VUMAT	1226_1200_M02
E2-38s_1226_1200_1-1	E2-38s_malla_VUMAT	1226_1200_M02
E3s_1226_1200_1-1	E3s_malla_VUMAT	1226_1200_M02
E4s_1226_1200_1-1	E4s_malla_VUMAT	1226_1200_M02

Tabla 34: Extrapolación de modelos para carga de 1.1 MPa aplicando la subrutina de material y variando el espesor.

Tabla 35

Modelo (.inp)	Malla asociada (.inp)	Subrutina asociada (.for)
E1-5s_1226_1200_5-5	E1-5s_malla_VUMAT	1226_1200_M02
E2-38s_1226_1200_5-5	E2-38s_malla_VUMAT	1226_1200_M02
E3s_1226_1200_5-5	E3s_malla_VUMAT	1226_1200_M02
E4s_1226_1200_5-5	E4s_malla_VUMAT	1226_1200_M02

Tabla 35: Nueva extrapolación de modelos para carga de 5.5 MPa aplicando la subrutina de material y variando el espesor.